

Colle n°19

Semaine du 09/03/2026

Ce que le programme contient :

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

- ★ Formule de Taylor avec reste intégral (non exigible) et inégalité de Taylor-Lagrange à l'ordre n .
- ★ Notion de développement limité. Unicité du développement limité. Formule de Taylor-Young.
- ★ Lien entre développement limité à l'ordre 1 et dérivabilité.
- ★ Opérations sur les développements limités : sommes, produit, composition, primitivation.
- ★ Développements limités usuels.
- ★ Recherche d'équivalent à l'aide des développements limités.
- ★ Équation de la tangente au graphe en un point et position relative à cette tangente à l'aide du développement limité en ce point.
- ★ Recherche de développement limité de fonctions définies implicitement (ex : bijection réciproque)

PROBABILITÉS SUR DES UNIVERS FINIS

Reprise du programme précédent en privilégiant les exercices avec variables aléatoires (calcul d'espérance...) :

- ★ Généralités sur les variables aléatoires finies : définition, système complet d'événements associé, fonction de répartition. Notion de loi de probabilité, de loi conditionnelle par rapport à un événement ou une autre variable aléatoire.
- ★ Lois usuelles finies : loi certaine, loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli (indicatrice d'un ensemble fini), loi binomiale.
- ★ Espérance, définition et propriétés (linéarité, croissance, positivité, inégalité triangulaire). Notion de variable centrée. Formule de transfert.
- ★ Variance, écart-type. Notion de variable réduite.

Ce que le programme ne contient pas :

- ★ des développements asymptotiques, ou alors de manière très guidée,
- ★ des calculs trop techniques : les machines sont là pour ça,
- ★ des couples ou familles de variables aléatoires, la notion de variables aléatoires indépendantes, la covariance,
- ★ des probas infinies ou continues.

Questions de cours possibles.

- ★ Développement limité de $\tan$ à l'ordre 7 en 0, en utilisant la relation $\tan' = 1 + \tan^2$.
- ★ Déterminer l'équation de la tangente au graphe d'une fonction à l'aide de son développement limité à l'ordre 1 en un point + position relative à cette courbe à l'aide du terme non nul d'ordre suivant.
- ★ Formule de Taylor-Young + application en 0 à $\exp$, $\cos$, $\sin$, $\ln(1+x)$ ou $(1+x)^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$.
- ★ Énoncer le théorème de transfert + application à un exemple simple.
- ★ Déterminer espérance et variance d'une v.a. suivant une loi uniforme ou de Bernoulli.