

## Colle n°28

Semaine du 01/06/2026

### Ce que le programme contient :

VARIABLES ALÉATOIRES SUR UN UNIVERS **FINI**

Attention, les probas discrètes infinies seront vues en 2e année seulement.

Reprise du premier chapitre de proba :

- ★ Généralités sur les variables aléatoires finies : définition, système complet d'évènements associé, fonction de répartition. Notion de loi de probabilité, de loi conditionnelle par rapport à un évènement ou une autre variable aléatoire.
- ★ Lois usuelles finies : loi certaine, loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli (indicatrice d'un ensemble fini), loi binomiale.
- ★ Espérance, définition et propriétés (linéarité, croissance, positivité, inégalité triangulaire). Notion de variable centrée. Formule de transfert.
- ★ Variance, écart-type. Notion de variable réduite.

Et on complète :

- ★ Couple de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales, cas de deux variables indépendantes. Covariance. Formule de transfert généralisée.
- ★ Indépendance de deux variables aléatoires, des évènements associés.
- ★ Espérance du produit et variance de la somme de deux variables indépendantes.
- ★ Indépendance mutuelle de  $n$  variables aléatoires. Loi d'une somme de  $n$  variables aléatoires de Bernoulli indépendantes de même paramètre.
- ★ Lemme des coalitions.
- ★ Inégalité de Markov et inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- ★ Loi faible des grands nombres (cas de la moyenne empirique d'une loi admettant une variance).

### Ce que le programme ne contient pas :

- ★ des probas infinies ou continues,
- ★ des suites de variables aléatoires.

### Questions de cours possibles.

- ★ Déterminer espérance et variance d'une v.a. suivant une loi uniforme, de Bernoulli ou binomiale (pour cette dernière, on préférera la version économe à celle calculatoire).
- ★ Expression de la loi marginale en fonction de la loi conjointe d'un couple de variables aléatoires + démo.
- ★ Démontrer l'inégalité de Markov avec ses hypothèses, et en déduire l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- ★ Énoncer le théorème de transfert pour un couple de variables + application à un exemple simple.