Colle n°8

Semaine du 16/11/2026

Ce que le programme contient :

La colle pourra intégrer la résolution d'un système linéaire pas trop gros ni sophistiqué, avec l'algorithme du pivot de Gauss.

Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Objet d'étude :

$$y'' + ay' + by = f \text{ sur } I$$

avec $f : I \to \mathbb{K}$ une fonction continue, a et b dans $\mathbb{K}$, $y : I \to \mathbb{K}$ l'inconnue, supposée deux fois dérivable, I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

- Équation caractéristique associée, forme de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, selon le discriminant de l'équation caractéristique.
- Recherche d'une solution particulière seulement pour des seconds membres particuliers : polynomial, exponentiel ou sinusoïdal (ou éventuellement produit d'un polynôme et d'une exponentielle). Principe de superposition.
- Application à la résolution d'un problème de Cauchy (détermination des constantes à l'aide des données initiales). Existence et unicité d'une solution pour tout problème de Cauchy linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.

Équations différentielles linéaires d'ordre 1

Si le temps le permet, la plupart des élèves en ayant déjà eu en semaine 6.

Ce que le programme ne contient pas :

- des équations différentielles à valeurs vectorielles,
- des équations différentielles non linéaires ou d'ordre 2 à coefficients non constants (sauf si on peut les ramener à un cas du cours par une transformation...)
- des problèmes de recollement (on en fera un peu plus tard !)

Questions de cours possibles.

- Déterminer les bornes supérieure et inférieure de $\{\frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}^\star\}$.
- Définition de la convergence d'une suite vers une limite finie + dessin.
- Ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants, dont l'équation caractéristique a un discriminant nul (avec démonstration).
- Pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, montrer que si le second membre est de la forme $t \mapsto \exp(\beta t)$ avec β une solution simple de l'équation caractéristique, alors il existe une solution particulière de la forme $t \mapsto kt\exp(\beta t)$ avec $k \in \mathbb{C}$.