Colle 6 : semaine du 18 au 24 décembre et du 8 au 14 janvier

Nombres complexes : Racines n -ièmes de l'unité. Racines n -ième d'un complexe non nul. Recherche des racines carrées sous forme algébrique. Résolution d'une équation du second degré, relations coefficients-racines. Factorisation par $z - a$ d'une fonction polynomiale P admettant a pour racine.

Interprétation géométrique des applications $z \mapsto az$ et $z \mapsto z + b$ pour $a \in \mathbb{C}^*$ et $b \in \mathbb{C}$. Interprétation géométrique des modules et arguments de $\frac{c-a}{b-a}$. Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité.

Suites : Généralités sur les suites réelles : monotonie, suite majorée, minorée, bornée. Suites stationnaires. Suites arithmétiques, géométriques. Suites arithmético-géométriques. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2. Suites récurrentes : notion d'intervalle stable, étude de la monotonie.

Limite finie ou infinie d'une suite. Unicité de la limite. Propriétés des suites convergentes : toute suite convergente est bornée ; si une suite u admet une limite $\ell > 0$, alors $u_n \geq \frac{\ell}{2}$ à partir d'un certain rang. Passage à la limite dans les inégalités larges. Produit d'une suite bornée par une suite convergeant vers 0. Opérations sur les limites. Limite et composition avec une fonction. Suites extraites. Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite. Si les suites extraites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) admettent une même limite ℓ , alors u a pour limite ℓ .

Question de cours :

1. Énoncer les relations coefficients-racines pour une équation du second degré.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, définir la notion de racine n -ième de l'unité, puis en donner la liste.
3. Soit $a, b, c \in \mathbb{C}$ deux à deux distincts. Interpréter géométriquement les module et arguments du complexe $\frac{c-a}{b-a}$.
4. Définir les notions de suite croissante, décroissante, monotone, constante, stationnaire.
5. Définir les notions de suite majorée, minorée, bornée.
6. Définir la notion de limite pour une suite dans les trois cas possibles : limite réelle, égale à $+\infty$, égale à $-\infty$.
7. Énoncer le théorème de passage à la limite dans une inégalité large. Qu'en est-il pour les inégalités strictes ?
8. Soit $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Montrer que si u converge vers $\ell > 0$, alors $u_n \geq \frac{\ell}{2}$ à partir d'un certain rang.
9. Comment montrer qu'une suite n'admet pas de limite ? Sur quel résultat s'appuie cette méthode ?

Savoir-faire

1. Déterminer une racine carrée sous forme algébrique ou trigonométrique (au choix du colleur) d'un complexe donné par le colleur.
2. Déterminer l'ensemble des racines n -ième d'un complexe non nul (n et le complexe étant choisis par le colleur).
3. Calculer la somme et le produit des racines n -ème de l'unité pour $n \geq 2$.
4. Factoriser par $z - a$ une fonction polynomiale admettant a pour racine.
5. Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique donnée par le colleur.
6. Déterminer le terme général d'une suite réelle récurrente linéaire d'ordre 2 donnée par le colleur.
7. Montrer en revenant à la définition qu'une suite donnée par le colleur admet une certaine limite.