Colle 7 : quinzaine du 15 au 28 janvier

Ensembles et applications : ensembles et éléments, parties d'un ensemble. Opérations sur les parties : réunion, intersection, complémentaire. Recouvrement et partition. Produit cartésien.
Application. Fonction indicatrice d'une partie. Restriction et prolongement. Composition. Image directe, image réciproque. Injections, surjections, bijections. Bijection réciproque.

A - Questions de cours :

1. Définir la notion d'inclusion et d'égalité d'ensembles, puis énoncer le lien avec les connecteurs logiques.
2. Définir les notions de réunion, d'intersection, de complémentaire, de différence pour des parties d'un ensemble.
3. Définir la notion de partition.
4. Définir les notions d'image directe et d'image réciproque d'une partie par une application.
5. Définir les notions d'injectivité, de surjectivité et de bijectivité.

B - Savoir-faire

1. Donner des exemples d'applications : injective et non surjective ; surjective et non injective ; ni injective et ni surjective ; bijective.
2. Montrer que la composée de deux applications injectives est injective.
3. Montrer que la composée de deux applications surjectives est surjective.
4. Soit $f\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \mathrm{e}^z$. Déterminer $f^{-1}(\mathbb{U})$ et $f(A)$ où $A = \left\{x + i\frac{\pi}{4} \,|\, x \in \mathbb{R}\right\}$.
5. Montrer que $\{t \mapsto A\,\mathrm{e}^t + B\,\mathrm{e}^{-t} \mid A, B \in \mathbb{R}\} = \{A\,\mathrm{ch} + B\,\mathrm{sh} \mid A, B \in \mathbb{R}\}$.
6. Soit $a, b \in \mathbb{R}$ avec $a \leqslant b$. Montrer que $[a, b] = \{ta + (1-t)b \,|\, t \in [0;1]\}$.
7. Soit $f \in B^A$ et $g \in C^B$ deux applications bijectives. Montrer que $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

C - une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents

---

Colle 7 : quinzaine du 15 au 28 janvier

Ensembles et applications : ensembles et éléments, parties d'un ensemble. Opérations sur les parties : réunion, intersection, complémentaire. Recouvrement et partition. Produit cartésien.
Application. Fonction indicatrice d'une partie. Restriction et prolongement. Composition. Image directe, image réciproque. Injections, surjections, bijections. Bijection réciproque.

A - Questions de cours :

1. Définir la notion d'inclusion et d'égalité d'ensembles, puis énoncer le lien avec les connecteurs logiques.
2. Définir les notions de réunion, d'intersection, de complémentaire, de différence pour des parties d'un ensemble.
3. Définir la notion de partition.
4. Définir les notions d'image directe et d'image réciproque d'une partie par une application.
5. Définir les notions d'injectivité, de surjectivité et de bijectivité.

B - Savoir-faire

1. Donner des exemples d'applications : injective et non surjective ; surjective et non injective ; ni injective et ni surjective ; bijective.
2. Montrer que la composée de deux applications injectives est injective.
3. Montrer que la composée de deux applications surjectives est surjective.
4. Soit $f\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \mathrm{e}^z$. Déterminer $f^{-1}(\mathbb{U})$ et $f(A)$ où $A = \left\{x + i\frac{\pi}{4} \,|\, x \in \mathbb{R}\right\}$.
5. Montrer que $\{t \mapsto A\,\mathrm{e}^t + B\,\mathrm{e}^{-t} \mid A, B \in \mathbb{R}\} = \{A\,\mathrm{ch} + B\,\mathrm{sh} \mid A, B \in \mathbb{R}\}$.
6. Soit $a, b \in \mathbb{R}$ avec $a \leqslant b$. Montrer que $[a, b] = \{ta + (1-t)b \,|\, t \in [0;1]\}$.
7. Soit $f \in B^A$ et $g \in C^B$ deux applications bijectives. Montrer que $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

C - une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents