Colle 8 : quinzaine du 5 au 18 février

Entiers et réels : multiples et diviseurs dans $\mathbb{Z}$, division euclidienne dans $\mathbb{N}$, PPCM et PGCD, algorithme d'Euclide, nombres premiers. Principe de récurrence simple, double et forte.

Relation d'ordre $\leq$ sur $\mathbb{R}$: partie majorée, minorée, bornée, maximum, minimum d'une partie. Borne supérieure (inférieure) d'une partie de $\mathbb{R}$ non vide et majorée (minorée). Intervalles et parties convexes.

Suites : Théorèmes de majoration, minoration, des gendarmes, de la limite monotone, des suites adjacentes. Suites complexes.

A - Questions de cours :

1. Définir la notion de plus grand élément et celle de borne supérieure. Énoncer le théorème de la borne supérieure.
2. Énoncer la caractérisation séquentielle de la borne supérieure.
3. Énoncer le théorème de la division euclidienne dans $\mathbb{N}$.
4. Énoncer les théorèmes de majoration et minoration, le théorème des gendarmes.
5. Définir la notion de suites adjacentes et énoncer le théorème les concernant.
6. Énoncer le théorème de la limite monotone.

B - Savoir-faire

1. Déterminer le PGCD de deux entiers donnés par le colleur à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
2. Montrer que la borne supérieure de $[0; 1[$ est 1.
3. Déterminer les bornes supérieures et inférieures de $Q \cap [0; \sqrt{2}]$.
4. Soit $a > 1$. Montrer que $\lim \frac{a^n}{n!} = 0$.
5. On considère la suite de terme général $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k}$. Montrer que les suites $(u_{2p})_{p \geq 1}$ et $(u_{2p-1})_{p \geq 1}$ sont adjacentes.

C - une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents