Colle 4 : quinzaine du 11 au 24 novembre

Nombres complexes : Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe. Module et argument. Propriétés. Résolution d'équations du type $e^z = a$.

Fonctions d'une variable réelle :
Généralités : domaine de définition, opérations sur les fonctions : somme, produit, quotient, composée. Parité, imparité, périodicité. Monotonie et stricte monotonie. Fonctions majorées, minorées, bornées. Extrema. Représentation graphique : obtention des courbes représentatives de $x \mapsto -f(x)$, $x \mapsto f(-x)$, $x \mapsto f(x+x_0)$, $x \mapsto f(\lambda x)$ ($\lambda > 0$) à partir de la courbe représentative de f.
Dérivabilité : définition, dérivabilité et dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée. Lien avec la monotonie. (Tous ces résultats seront démontrés ultérieurement). Fonctions de classe C^1. Dérivées d'ordre supérieur.

Fonctions usuelles : Bijections : notion de bijection pour une fonction numérique, théorème de la bijection, et dérivabilité d'une réciproque (résultats admis).
Fonction partie entière. Fonctions exponentielle, logarithme népérien, logarithme décimal et logarithme de base 2.

Questions de cours :

1. Définir e^z pour $z \in \mathbb{C}$, donner son module et un de ses arguments.
2. Définir la notion de fonction paire, impaire, périodique.
3. Énoncer la propriété de dérivabilité d'une fonction composée, et la formule de sa dérivée.
4. Caractériser les fonctions constantes, croissantes parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Donner une condition suffisante pour qu'une fonction dérivable sur un intervalle soit strictement croissante.
5. Définir la notion de fonction de classe C^1.
6. Énoncer le théorème de la bijection.
7. Énoncer le théorème de dérivabilité des fonctions réciproques.
8. Définir la partie entière d'un nombre réel x. Donner sa caractérisation : $p = \lfloor x \rfloor \iff p \in \mathbb{Z}$ et $p \leqslant x < p+1$.
9. Donner les limites usuelles
$$\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1} \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} \qquad \lim_{x\to 0} x\ln(x) \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1}{x} \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} \qquad \lim_{x\to -\infty} x\,\mathrm{e}^x$$
10. Énoncer les trois inégalités classiques à connaître portant sur les fonctions exponentielle, logarithme népérien et sinus.

Savoir-faire

1. Résoudre une équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ du type $e^z = a$, où $a \in \mathbb{C}$.
2. Transformer une expression du type $a\cos(x) + b\sin(x)$ (donnée par le colleur) en une expression du type $A\cos(x-\phi)$. Indiquer les transformations géométriques permettant d'obtenir la courbe représentative de cette fonction sinusoïdale à partir de celle de la fonction cosinus.
3. Calcul des dérivées successives de la fonction $x \mapsto x^p$ (p étant un entier naturel).
4. Donner le domaine de définition et de dérivabilité d'une fonction donnée par le colleur. Calculer sa fonction dérivée.
5. Soit f une fonction numérique définie sur une partie D de $\mathbb{R}$. Énoncer la négation d'une ou plusieurs des assertions suivantes, au choix du colleur :
1) f est croissante, 2) f est majorée, 3) f est bornée, 4) f est paire, 5) f est périodique.

La colle débutera par une question de cours ET un savoir-faire ET une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents.