

## Colle 5 : quinzaine du 25 novembre au 8 décembre

**Fonctions usuelles :** Fonctions puissances, croissance comparée. Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}^{+*}$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}^{-*}$ .  
Fonctions hyperboliques : cosinus et sinus hyperboliques. Formule de trigonométrie hyperbolique :  $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$ .  
Fonctions circulaires réciproques.

**Nombres complexes :** Racines  $n$ -ièmes de l'unité. Racines  $n$ -ième d'un complexe non nul. Recherche des racines carrées sous forme algébrique. Résolution d'une équation du second degré, relations coefficients-racines. Factorisation par  $z - a$  d'une fonction polynomiale  $P$  admettant  $a$  pour racine.

### Questions de cours :

1. Définir la notion de puissance réelle.
2. Énoncer le théorème des croissances comparées.
3. Définir les fonctions cosinus et sinus hyperboliques, donner leur dérivée, tracer leur courbe représentative et énoncer la formule de trigonométrie hyperbolique.
4. Définir la fonction arcsinus, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.
5. Définir la fonction arccosinus, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.
6. Définir la fonction arctangente, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.
7. Énoncer les relations coefficients-racines pour une équation du second degré.
8. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , définir la notion de racine  $n$ -ième de l'unité, puis en donner la liste.

### Savoir-faire

1. Simplifier l'expression  $\cos(\operatorname{Arcsin}(x))$  pour tout  $x \in [-1; 1]$ .
2. Montrer que  $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$  pour tout  $x > 0$ . Méthode au choix du colleur : par une étude de fonction, ou par le calcul de  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{Arctan}(x)\right)$ .
3. Déterminer une racine carrée sous forme algébrique ou trigonométrique (au choix du colleur) d'un complexe donné par le colleur.
4. Déterminer l'ensemble des racines  $n$ -ième d'un complexe non nul ( $n$  et le complexe étant choisis par le colleur).
5. Calculer la somme et le produit des racines  $n$ -ème de l'unité pour  $n \geq 2$ .
6. Factoriser par  $z - a$  une fonction polynomiale admettant  $a$  pour racine.

---

**La colle débutera par une question de cours ET un savoir-faire ET une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents.**