Colle 2 : quinzaine du 9 au 22 octobre

Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot : système linéaire à coefficients réels de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues. Algorithme du pivot et mise en évidence des opérations élémentaires.

Sommes et produits : notation, manipulations élémentaires. Somme des n premiers entiers, somme des termes d'une suite arithmétique, somme des termes d'une suite géométrique, somme des carrés des n premiers entiers. Changement d'indices. Sommes télélescopiques.
Coefficients binomiaux, formule du triangle de Pascal, formule du binôme de Newton, et factorisation de $a^n - b^n$. Sommes doubles.

Nombres complexes : Parties réelle et imaginaire. Conjugaison. Module. Inégalités triangulaires.

Questions de cours :

1. Énoncer les formules pour calculer la somme de termes en progression arithmétique, en progression géométrique de raison différente de 1.
2. Donner la définition des coefficients binomiaux.
3. Énoncer la formule du triangle de Pascal. Énoncer la formule du binôme de Newton.
4. Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$, valeur des sommes usuelles $\sum\limits_{k=1}^{n} k$, $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2$ et $\sum\limits_{k=0}^{n} a^k$ où a est un réel.
5. Donner la définition de la partie réelle et de la partie imaginaire d'un nombre complexe z. Les exprimer à l'aide de z et $\overline{z}$. Énoncer leurs propriétés (somme et multiplication par un réel).
6. Donner la définition du conjugué d'un nombre complexe. Énoncer ses propriétés (compatibilité avec les opérations algébriques).
7. Donner la définition du module d'un nombre complexe. Énoncer ses propriétés (module d'un produit, d'un quotient, d'un conjugué). Expression du module à l'aide du conjugué.
8. Énoncer la première inégalité triangulaire et le cas d'égalité.
9. Énoncer la deuxième inégalité triangulaire.
10. Dans le plan complexe, décrire à l'aide de la notion de module le cercle, respectivement le disque, de centre d'affixe z_0 et de rayon R.

Savoir-faire

1. Résoudre par la méthode du pivot de Gauss un système de deux ou trois équations à deux ou trois inconnues.
2. Déterminer le coefficient d'un des termes du développement de $(ax + b)^n$.
3. Calculer $\sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^{3k} 3^{n-2k}$ et $\sum\limits_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k-1} 2^k$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.
4. Déterminer l'expression de la somme $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$.
5. Pour $k, n \in \mathbb{N}^*$ avec $1 \leqslant k \leqslant n$, montrer que $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$, et calculer $\sum\limits_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.
6. Calculer $\sum\limits_{0 \leqslant i,j \leqslant n} \max(i, j)$.
7. Calculer $\sum\limits_{0 \leqslant j \leqslant i \leqslant n} 3$.
8. Écrire à l'aide de factorielles $\prod\limits_{k=1}^{n} (2k - 1)$.

La colle débutera par une question de cours ET un savoir-faire ET une question de cours ou un savoir-faire du programme précédent.