

## Colle 7 : quinzaine du 6 au 19 janvier

**Ensembles et applications :** ensembles et éléments, parties d'un ensemble. Opérations sur les parties : réunion, intersection, complémentaire. Recouvrement et partition. Produit cartésien.

Application. Fonction indicatrice d'une partie. Restriction et prolongement. Composition. Image directe, image réciproque. Injections, surjections, bijections. Bijection réciproque.

**Entiers et réels :** multiples et diviseurs dans  $\mathbb{Z}$ , division euclidienne dans  $\mathbb{N}$ , PPCM et PGCD, algorithme d'Euclide, nombres premiers. Principe de récurrence simple, double et forte.

Relation d'ordre  $\leq$  sur  $\mathbb{R}$  : partie majorée, minorée, bornée, maximum, minimum d'une partie. Borne supérieure (inférieure) d'une partie de  $\mathbb{R}$  non vide et majorée (minorée). Intervalles et parties convexes.

**Suites :** Généralités sur les suites réelles : monotonie, suite majorée, minorée, bornée. Suites stationnaires. Suites arithmétiques, géométriques. Suites arithmético-géométriques. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2. Suites récurrentes : notion d'intervalle stable, étude de la monotonie.

### Question de cours :

1. Définir la notion d'inclusion et d'égalité d'ensembles, puis énoncer le lien avec les connecteurs logiques.
2. Définir les notions de réunion, d'intersection, de complémentaire, de différence pour des parties d'un ensemble.
3. Définir la notion de partition.
4. Définir les notions d'image directe et d'image réciproque d'une partie par une application.
5. Définir les notions d'injectivité, de surjectivité et de bijectivité.
6. Définir la notion de plus grand élément et celle de borne supérieure. Énoncer le théorème de la borne supérieure.
7. Énoncer la caractérisation séquentielle de la borne supérieure.
8. Énoncer le théorème de la division euclidienne dans  $\mathbb{N}$ .
9. Définir les notions de suite croissante, décroissante, monotone, constante, stationnaire.
10. Définir les notions de suite majorée, minorée, bornée.

### Savoir-faire

1. Donner des exemples d'applications : injective et non surjective ; surjective et non injective ; ni injective et ni surjective ; bijective.
2. Montrer que la composée de deux applications injectives est injective.
3. Montrer que la composée de deux applications surjectives est surjective.
4. Soit  $f \in B^A$  et  $g \in C^B$  deux applications bijectives. Montrer que  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ .
5. Déterminer le PGCD de deux entiers donnés par le colleur à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
6. Montrer que la borne supérieure de  $[0; 1[$  est 1.
7. Déterminer les bornes supérieures et inférieures de  $Q \cap [0; \sqrt{2}]$ .
8. Déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique donnée par le colleur.
9. Déterminer le terme général d'une suite réelle récurrente linéaire d'ordre 2 donnée par le colleur.