Colle 8 : semaines du 20 au 26 janvier et du 3 au 9 février

Suites : Limite finie ou infinie d'une suite. Unicité de la limite. Propriétés des suites convergentes : toute suite convergente est bornée ; si une suite u admet une limite $\ell > 0$, alors $u_n \geqslant \frac{\ell}{2}$ à partir d'un certain rang. Passage à la limite dans les inégalités larges. Produit d'une suite bornée par une suite convergeant vers 0. Opérations sur les limites. Limite et compostion avec une fonction. Suites extraites. Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite. Si les suites extraites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) admettent une même limite ℓ, alors u a pour limite ℓ.
Théorèmes de majoration, minoration, des gendarmes, de la limite monotone, des suites adjacentes. Suites complexes.

A - Questions de cours :

1. Définir la notion de limite pour une suite dans les trois cas possibles : limite réelle, égale à $+\infty$, égale à $-\infty$.
2. Énoncer le théorème de passage à la limite dans une inégalité large. Qu'en est-il pour les inégalités strictes ?
3. Comment montrer qu'une suite n'admet pas de limite ? Sur quel résultat s'appuie cette méthode ?
4. Énoncer les théorèmes de majoration et minoration, le théorème des gendarmes.
5. Définir la notion de suites adjacentes et énoncer le théorème les concernant.
6. Énoncer le théorème de la limite monotone.

B - Savoir-faire

1. Montrer en revenant à la définition qu'une suite donnée par le colleur admet une certaine limite.
2. Montrer qu'une suite convergente est bornée.
3. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Montrer que si I est stable par f et si $u_0 \in I$, alors la suite u définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in I$.
4. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction croissante, et u la suite définie par $u_0 \in I$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$. On suppose que I est stable par f et que $u_0 \geqslant u_1$. Montrer que la suite u est décroissante.

C - une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents