

Colle 4 : quinzaine du 20 novembre au 3 décembre

Fonctions d'une variable réelle :

Dérivées d'ordre supérieur.

Fonctions usuelles : Bijections : notion de bijection pour une fonction numérique, théorème de la bijection, et dérivabilité d'une réciproque (résultats admis).

Fonctions exponentielle, logarithme népérien, logarithme décimal et logarithme de base 2, fonctions puissances, croissance comparée. Les fonctions puissances sont définies sur \mathbb{R}^{+*} et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur \mathbb{R}^{-*} .

Fonctions hyperboliques : cosinus et sinus hyperboliques. Formule de trigonométrie hyperbolique : $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$.

Fonctions circulaires réciproques.

Questions de cours :

1. Caractériser les fonctions constantes, croissantes parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Donner une condition suffisante pour qu'une fonction dérivable sur un intervalle soit strictement croissante.
2. Énoncer le théorème de la bijection.
3. Énoncer le théorème de dérivabilité des fonctions réciproques.
4. Définir la notion de puissance réelle.
5. Énoncer le théorème des croissances comparées.
6. Énoncer les trois inégalités classiques à connaître portant sur les fonctions exponentielle, logarithme népérien et sinus.
7. Définir les fonctions cosinus et sinus hyperboliques, donner leur dérivée, tracer leur courbe représentative et énoncer la formule de trigonométrie hyperbolique.
8. Définir la fonction arcsinus, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.
9. Définir la fonction arccosinus, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.
10. Définir la fonction arctangente, donner son domaine de dérivabilité et l'expression de sa dérivée, tracer sa courbe représentative.

Savoir-faire

1. Calcul des dérivées successives de la fonction $x \mapsto x^p$ (p étant un entier naturel).
2. Déterminer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ puis $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.
3. Reconnaître et résoudre une inéquation se ramenant à une inéquation du second degré à l'aide d'un changement de variable.
4. Simplifier l'expression $\cos(\operatorname{Arcsin}(x))$ pour tout $x \in [-1; 1]$.
5. Montrer que $\operatorname{Arccos}(-x) = \pi - \operatorname{Arccos}(x)$ pour tout $x \in [-1; 1]$.
6. Montrer que $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ pour tout $x > 0$.

La colle débutera par une question de cours **ET** un savoir-faire **ET** une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents.