

Corrigé exercice 33 (polynôme)

Par décomposition en éléments simples, pour tout réel $x \notin \{1; 2; 3\}$:

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{-5}{x-2} + \frac{5}{x-3}$$

Ainsi $x \mapsto \ln|x-1| + 5 \ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right|$ est une primitive de f sur l'un de ses intervalles de définition.

Par décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}$, pour tout réel $x \notin \{1; -1\}$:

$$\begin{aligned} g(x) &= x + \frac{1}{4} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{4} \frac{1}{x+1} - \frac{1}{4} \frac{1}{x-i} - \frac{1}{4} \frac{1}{x+i} \\ &= x + \frac{1}{4} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{4} \frac{1}{x+1} - \frac{1}{4} \frac{2x}{x^2+1} \end{aligned}$$

Ainsi $x \mapsto \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4} \ln|x-1| + \frac{1}{4} \ln|x+1| - \frac{1}{4} \ln(x^2+1)$ est une primitive de g sur l'un de ses intervalles de définition.