**Colle 5 : quinzaine du 4 au 17 décembre**

**Calcul de primitives :** pour des fonctions à valeurs réelles ou complexes.
Notion de primitives. Primitives usuelles . Primitives des fonctions du type $x \mapsto e^{ax}\cos(bx)$, $x \mapsto e^{ax}\sin(bx)$, $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$.
Lien entre intégrale et primitive : théorème fondamental du calcul différentiel. Intégration par parties et changement de variable. On ne demande plus de rappeler les hypothèses de régularité pour les applications pratiques.

**Équations différentielles linéaires :**

- d'ordre 1 : $y' + a(x)y = f(x)$, avec $a, f$ deux fonctions continues sur un intervalle $I$ (à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). Principe de superposition. Résolution de l'équation homogène associée. Structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète. Méthode de variation de la constante. Problème de Cauchy.

- d'ordre 2 : $ay'' + by' + cy = f(x)$, avec $a, b, c$ des réels ou complexes ($a \neq 0$), et $f$ une fonction continue. Principe de superposition. Résolution de l'équation homogène associée. Structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète. Recherche d'une solution particulière lorsque $f$ est une fonction polynomiale, ou du type $x \mapsto A\,e^{\lambda x}$ (avec $A, \lambda \in \mathbb{C}$), ou du type $x \mapsto B\cos(\omega x)$, $x \mapsto B\sin(\omega x)$ (avec $a, b, c, B, \omega$ réels). Problème de Cauchy.

**Question de cours :**

1. Énoncer le théorème fondamental du calcul différentiel.

2. Décrire l'ensemble des solutions d'une équation différentielle du premier odre du type $y' + a(x)y = 0$, où $a$ est une fonction continue sur un intervalle $I$ de $\mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

3. Décrire l'ensemble des solutions à valeurs complexes d'une équation différentielle d'ordre 2 du type
$$ay'' + by' + cy = 0$$
où $a, b, c \in \mathbb{C}$ avec $a \neq 0$.

4. Décrire l'ensemble des solutions à valeurs réelles d'une équation différentielle d'ordre 2 du type
$$ay'' + by' + cy = 0$$
où $a, b, c \in \mathbb{R}$ avec $a \neq 0$.

**Savoir-faire**

1. Déterminer une primitive sur un intervalle $I$ d'une fonction du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ (intervalle et fonction donnés par le colleur).

2. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ d'une fonction du type $x \mapsto e^{\alpha x}\cos(\omega x)$ ou $x \mapsto e^{\alpha x}\sin(\omega x)$ (idem).

3. Déterminer une primitive de la fonction ln à l'aide d'une intégration par parties.

4. Calculer $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin(t)}\,dt$ à l'aide du changement de variable $x = \cos(t)$.

5. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de $x \mapsto \frac{1}{\mathrm{ch}(x)}$ à l'aide du changement de variable $t = \ln(x)$.

6. Donner la démarche permettant de trouver une solution particulière d'une équation différentielle d'ordre 2 à coefficients constants dont le second membre est du type polynomial, $A\,e^{\lambda x}$, $B\cos(\omega x)$ ou $B\sin(\omega x)$.