Colle 4/5 : quinzaine du 16 au 29 novembre

Fonctions d'une variable réelle :
Généralités : domaine de définition, opérations sur les fonctions : somme, produit, quotient, composée. Parité, imparité, périodicité. Monotonie et stricte monotonie. Fonctions majorées, minorées, bornées. Extrema. Représentation graphique : obtention des courbes représentatives de $x \mapsto -f(x)$, $x \mapsto f(-x)$, $x \mapsto f(x+x_0)$, $x \mapsto f(\lambda x)$ $(\lambda > 0)$ à partir de la courbe représentative de f.
Dérivabilité : définition, dérivabilité et dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée. Lien avec la monotonie. (Tous ces résultats seront démontrés ultérieurement). Fonctions de classe C^1. Dérivées d'ordre supérieur.

Fonctions usuelles : Bijections : notion de bijection pour une fonction numérique, théorème de la bijection, et dérivabilité d'une réciproque (résultats admis).
Fonctions exponentielle, logarithme népérien, logarithme décimal et logarithme de base 2, fonctions puissances d'exposant réel, croissance comparée. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbb{R}^{+*}$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbb{R}^{-*}$.

Questions de cours :

1. Définir la notion de fonction paire, impaire, périodique.
2. Énoncer la propriété de dérivabilité d'une fonction composée, et la formule de sa dérivée.
3. Caractériser les fonctions constantes (respectivement croissantes) parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Donner une condition suffisante pour qu'une fonction dérivable sur un intervalle soit strictement croissante.
4. Définir la notion de fonction de classe C^1.
5. Énoncer le théorème de la bijection.
6. Énoncer le théorème de dérivabilité des fonctions réciproques.
7. Définir la notion de puissance réelle.
8. Énoncer le théorème des croissances comparées.
9. Énoncer les trois inégalités classiques à connaître portant sur les fonctions exponentielle, logarithme népérien et sinus.

Savoir-faire

1. Utiliser la notion de dérivabilité en un point et du nombre dérivé pour calculer une limite.
   Exemple : calcul des limites $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$ et $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$.
2. Transformer une expression du type $a\cos(x) + b\sin(x)$ (donnée par le colleur) en une expression du type $A\cos(x-\phi)$. Indiquer les transformations géométriques permettant d'obtenir la courbe représentative de cette fonction sinusoïdale à partir de celle de la fonction cosinus.
3. Donner le domaine de définition et de dérivabilité d'une fonction donnée par le colleur. Calculer sa fonction dérivée.
4. Soit f une fonction numérique définie sur une partie D de $\mathbb{R}$. Énoncer la définition puis la négation d'une ou plusieurs des assertions suivantes, au choix du colleur :
   1) f est croissante, 2) f est majorée, 3) f est bornée, 4) f est paire, 5) f est périodique.

La colle débutera par une question de cours ET un savoir-faire ET une question de cours ou un savoir-faire d'un des programmes précédents.