

# Programme de colle - PCSI 1

## Semaines 17 - 18 (du 12/02 au 23/02)

### Questions de cours :

On pourra commencer par demander un énoncé d'un des résultats suivants sans preuve et ensuite demander un énoncé avec preuve.

- Théorème de Rolle + preuve
- Égalité des accroissements finis + preuve, Inégalité des accroissements finis.
- Formule de Leibniz + preuve
- Définition de la convexité et caractérisation pour les fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$ .
- Formule de Taylor sur les polynômes + preuve
- Division euclidienne + preuve de l'unicité
- Définition de la multiplicité d'une racine et proposition sur la caractérisation de la multiplicité
- Définition d'un polynôme scindé, scindé à racines simples
- Factorisation en produit de polynômes irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ , dans  $\mathbb{R}[X]$ .

### Programme général : Dérivation - Polynômes

#### i. Dérivation :

- a) Définition, dérivée à droite, à gauche, tangente.
- b) Dérivées usuelles et opérations : somme, produit, inverse, composition et bijection réciproque.
- c) Condition nécessaire pour un extremum local à l'intérieur d'un intervalle, Rolle, accroissements finis, fonctions lipschitziennes
- d) Sens de variation
- e) Théorème de la limite de la dérivée, de prolongement  $\mathcal{C}^1$ .
- f) Dérivées d'ordre supérieure : fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ ,  $\mathcal{C}^\infty$ , opérations, Formule de Leibniz
- g) Convexité : définition, caractérisation pour les fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$
- h) Extension pour des fonctions à valeurs complexes

#### ii. Polynômes :

- a) Ensemble des polynômes : définition, opérations, degré, polynôme dérivé, formule de Taylor
- b) Division euclidienne : diviseurs, division euclidienne.
- c) Racines et multiplicité : définitions, caractérisation de la multiplicité, liens coefficients-racines.
- d) Factorisation dans  $\mathbb{C}[X]$ , dans  $\mathbb{R}[X]$ .
- e) Décomposition en éléments simples pour un dénominateur scindé à racines simples. Application au calcul de primitive et aux dérivées nièmes.