

Programme de colle - PCSI 1

Semaines 19 - 20 (du 09/03 au 20/03)

Questions de cours :

L'étudiant commencera par donner un équivalent usuel pour une suite tendant vers 0 ($\ln(1 + u_n)$, $\sin(u_n)$, $e^{u_n} - 1$, $\cos(u_n) - 1$, $\tan(u_n)$, $(1 + u_n)^\alpha - 1$, $\text{Arctan}(u_n)$), donner une définition/proposition sans preuve et/ou un des points suivants.

- L'intersection de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel + preuve
- Preuve de $F + G$ est le plus petit sous-espace vectoriel contenant F et G pour deux sous-espaces vectoriels F et G d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel E .
- Caractérisation d'une somme directe + preuve
- Preuve des équivalents usuels pour $\sin(u_n)$, $\cos(u_n) - 1$

Programme général : Polynômes - Introduction aux espaces vectoriels

i. Introduction aux espaces vectoriels :

- a) Structure d'espace vectoriel : définition, exemples de référence, règles de calcul, combinaison linéaire
- b) Sous-espace vectoriel : définition, propriétés, sous-espace vectoriel engendré
- c) Famille de vecteurs : famille génératrice, libre, base
- d) Somme, somme directe, sous-espaces vectoriels supplémentaires

ii. Polynômes :

- a) Ensemble des polynômes : définition, opérations, degré, polynôme dérivé, formule de Taylor
- b) Division euclidienne : diviseurs, division euclidienne.
- c) Racines et multiplicité : définitions, caractérisation de la multiplicité, liens coefficients-racines.
- d) Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$, dans $\mathbb{R}[X]$.
- e) Décomposition en éléments simples pour un dénominateur scindé à racines simples. Application au calcul de primitive et aux dérivées nièmes.