Programme n° 1

Semaine du 15/09/2025

Contenu du cours :

- Chapitre 1 : Rudiments de logique
  - Négation, équivalence, conjonction et disjonction. Lois de Morgan.
  - Implication, contraposée, réciproque. Négation d'une implication.
  - Quantificateurs. Négation d'une assertion écrite avec des quantificateurs.
  - Raisonnements direct, par contraposée, par l'absurde, par disjonction de cas, par double équivalence, par analyse-synthèse, par récurrence (simple, d'ordre 2, forte).
- Chapitre 2 : Équations et inéquations
  - Résolution de petits systèmes linéaires à 2 ou 3 inconnues par la méthode du pivot. Dans le cas où le système possède une infinité de solutions, écriture de l'ensemble des solutions sous forme paramétrique. Exemples de systèmes à paramètre.
  - Propriétés usuelles de $\leqslant$. Compatibilité avec l'addition et la multiplication (attention aux signes pour la multiplication). Passage à l'inverse.
  - Résolution d'inéquations avec un tableau de signes.
  - Fonctions polynomiales de degré 2. Mise sous forme canonique, racines, signe, abscisse du sommet de la parabole.
  - Fonctions croissantes, strictement croissantes, décroissantes, strictement décroissantes.
  - Intervalles et intersection d'intervalles.

Liste des questions et exercices de cours :

- Soit $n \in \mathbf{N}$. Montrer que n est pair si et seulement si n^2 est pair.
- Soit $n \in \mathbf{N}$. Montrer que $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un entier.
- Soit $n \in \mathbf{N}$. Alors $0 + 1 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. (Démonstration par récurrence)
- Écrire une assertion avec des quantificateurs et des connecteurs (non, et, oui, implication, équivalence), puis écrire sa négation.
- Soient D une partie de $\mathbf{R}$ et $f : D \to \mathbf{R}$ une fonction. Donner la définition de « f est croissante sur D ».
- Soient D une partie de $\mathbf{R}$ et $f : D \to \mathbf{R}$ une fonction. Donner la définition de « f est strictement décroissante sur D ».
- Montrer que $\forall x > 0, \forall y > 0, \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \geqslant 2$.
- Tracer le graphe de la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 2$. On précisera les coordonnées du sommet de la parabole.