

Programme n° 8

Semaine du 17/11/2025

Contenu du cours :

- Chapitre 6 : Fonctions d'une variable réelle
 - Domaine de définition. Graphe d'une fonction.
 - Opérations usuelles sur les fonctions (somme, produit, quotient, composée). Transformations élémentaires sur les graphes (graphe de $x \mapsto f(x) + c$, etc). Fonctions paires, fonctions impaires et fonctions périodiques ; interprétation sur le graphe ; utilisation pour proposer un intervalle d'étude.
 - Monotonie. Fonctions minorées, majorées, bornées.
 - Techniques « classiques » de calculs de limites (terme dominant, croissances comparées, quantité conjuguée, taux d'accroissement). Asymptotes verticales, asymptotes obliques.
 - Calculs de dérivées. Dérivées des fonctions usuelles. Équation de la tangente en un point. Tableau de variation. Extrema locaux.
 - Théorème des valeurs intermédiaires. Fonctions bijectives, bijection réciproque. Théorème de la bijection monotone (qui donne en particulier l'ensemble des valeurs atteintes). Dérivée de la réciproque.
 - **Éviter les questions trop théoriques : il s'agit surtout d'un chapitre de calcul. L'étude de la dérivabilité en un point problématique n'est pas un attendu du chapitre, mais elle peut quand même être demandée dans un cas simple.**

Liste des questions et exercices de cours :

- Montrer que la fonction « racine carrée » est dérivable sur \mathbf{R}_+^* mais pas en 0.
- Calcul d'une équation de la tangente en un point d'une fonction « simple ».
- Déterminer si les fonctions f et g définies sur \mathbf{R} par $f(x) = x^3 + x^2$ et $g(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ sont paires, impaires ou ni l'un ni l'autre.
- Soient D un domaine de \mathbf{R} symétrique par rapport à 0, et $f : D \rightarrow \mathbf{R}$ une fonction dérivable. Montrer que si f est paire alors f' est impaire.
- Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{3x - 2}$ réalise une bijection de son domaine sur définition sur un ensemble à déterminer, et préciser sa réciproque.
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.