

Programme n° 9

Semaine du 24/11/2025

Contenu du cours :

- Chapitre 6 : Fonctions d'une variable réelle
 - (Reprise du programme précédent.)
 - Théorème des valeurs intermédiaires. Fonctions bijectives, bijection réciproque. Théorème de la bijection monotone (qui donne en particulier l'ensemble des valeurs atteintes). Dérivée de la réciproque.
 - **Éviter les questions trop théoriques : il s'agit surtout d'un chapitre de calcul. L'étude de la dérivabilité en un point problématique n'est pas un attendu du chapitre, mais elle peut quand même être demandée dans un cas simple.**
- Chapitre 7 : Calcul de primitives et d'intégrales
 - Définition d'une primitive. Sur un intervalle, deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives d'une fonction à valeurs complexes. Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ où $\lambda \in \mathbf{C}$; primitives d'oscillations amorties en passant par les complexes.
 - Théorème fondamental de l'analyse. On peut noter $x \mapsto \int^x f(t) dt$ une primitive générique de f .
 - Tableau des primitives usuelles. Reconnaître une dérivée de composée : s'il existe deux fonctions dérivables $u : I \rightarrow J$ et $g : J \rightarrow \mathbf{K}$ telles que $f = u' \times (g' \circ u)$ alors $g \circ u$ est une primitive de f . Cas particulier où u est affine.
 - Formule d'intégration par parties. Double IPP. Primitives de fonctions de la forme $x \mapsto P(x) \cos(x)$, etc, par IPP successives.
 - **Il s'agit à nouveau d'un chapitre de calcul. Éviter les exercices qui utilisent la croissance de l'intégrale, des suites définies par des intégrales, etc.**

Liste des questions et exercices de cours :

- Démontrer que la fonction $f : x \mapsto e^{ix}$ est dérivable et déterminer sa dérivée.
- Soient D un domaine de $\mathbf{R}$ symétrique par rapport à 0, et $f : D \rightarrow \mathbf{R}$ une fonction dérivable. Montrer que si f est paire alors f' est impaire.
- Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{3x-2}$ réalise une bijection de son domaine sur définition sur un ensemble à déterminer, et préciser sa réciproque.
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.
- Énoncer la formule d'intégration par parties.
- Soit $a \in \mathbf{R}^*$. Déterminer une primitive de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x+ia}$.
- Déterminer une primitive de la fonction $f : x \mapsto x \ln(x)$.