

Programme n° 10
Semaine du 01/12/2025

Contenu du cours :

- Chapitre 7 : Calcul de primitives et d'intégrales
 - Définition d'une primitive. Sur un intervalle, deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives d'une fonction à valeurs complexes. Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ où $\lambda \in \mathbf{C}$; primitives d'oscillations amorties en passant par les complexes.
 - Théorème fondamental de l'analyse. On peut noter $x \mapsto \int^x f(t) dt$ une primitive générique de f .
 - Tableau des primitives usuelles. Reconnaître une dérivée de composée : s'il existe deux fonctions dérивables $u : I \rightarrow J$ et $g : J \rightarrow \mathbf{K}$ telles que $f = u' \times (g' \circ u)$ alors $g \circ u$ est une primitive de f . Cas particulier où u est affine.
 - Formule d'intégration par parties. Double IPP. Primitives de fonctions de la forme $x \mapsto P(x) \cos(x)$, etc, par IPP successives.
 - Formule du changement de variable.
 - Primitives des fractions rationnelles quand le dénominateur est de degré 1 ou 2. Théorème de décomposition en éléments simples quand le dénominateur est de degré 2 et possède deux racines distinctes. *Remarque : Pour un dénominateur de degré plus grand, on donnera la forme de la décomposition à trouver.*
- Chapitre 8 : Nombres complexes II
 - Équations algébriques. Factorisation quand on connaît une racine. Une équation de degré n possède au maximum n solutions. Relations coefficients-racines pour une équation de degré 2 (le coefficient dominant peut ne pas être égal à 1).
 - Racines carrées d'un nombre complexe. Calcul à partir de la forme exponentielle, calcul à partir de la forme algébrique (en utilisant une condition sur le module pour obtenir une équation supplémentaire).

Liste des questions et exercices de cours :

- Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.
- Énoncer la formule d'intégration par parties.
- Énoncer la formule du changement de variable.
- Soit $a \in \mathbf{R}^*$. Déterminer une primitive de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x+ia}$.
- Déterminer une primitive de la fonction donnée par $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 4x + 2}$.
- Déterminer une primitive de la fonction donnée par $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.
- Déterminer une primitive de la fonction donnée par $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 5}$.
- Déterminer les racines carrées de $-4i$.
- Déterminer les racines carrées de $3 + 4i$.
- Résoudre l'équation $z^3 - 1 = 0$.