

Programme n° 5

Semaine du 12/10/2026

Contenu du cours :

- Chapitre 3 : Fonctions usuelles
 - (Début du chapitre)
 - Fonctions cosinus et sinus. $\frac{\sin(h)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} 1$. Dérivée. Courbe. Formules de symétrie ($\cos(\pi - x) = -\cos(x)$, etc), à savoir retrouver géométriquement. Formules d'addition et de duplication. Formules de linéarisation. Formules de Simpson (parfois appelées « de délinéarisation »).
 - Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques (en s'aidant du cercle).
 - Fonction tangente et son domaine de définition. Dérivée. Courbe. Formules d'addition.
 - Fonctions Arcsin, Arccos et Arctan. Domaine de définition et domaine d'arrivée de ces fonctions. Courbe. Dérivée. Formule pour $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$.
 - Fonctions ch et sh. Courbe. Dérivée. Formule $\text{ch}^2 - \text{sh}^2 = 1$.
- Chapitre 4 : Nombres complexes I
 - Forme algébrique d'un nombre complexe, partie réelle et partie imaginaire. Méthode pour trouver la forme algébrique d'un quotient.
 - Affixe complexe d'un point du plan ou d'un vecteur du plan. Si A et B ont pour affixes z_A et z_B alors $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$. Affixe de la somme de deux vecteurs. Affixe du milieu d'un segment.
 - Conjugué d'un nombre complexe, interprétation géométrique. Propriétés de calcul. Pour tout $z \in \mathbf{C}$, on a $\text{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ et $\text{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$.
 - Module d'un nombre complexe. Si A et B ont pour affixes z_A et z_B alors $AB = |z_B - z_A|$. Propriétés de calcul. Cercles et disques.
 - Inégalité triangulaire complexe.
 - Pour tout $\theta \in \mathbf{R}$, on pose $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$. Propriétés de calcul. Formules d'Euler. **Pas d'utilisation de la formule de Moivre ou de linéarisation à l'aide des formules d'Euler cette semaine.**
 - Un nombre complexe z est de module 1 si et seulement s'il existe $\theta \in \mathbf{R}$ tel que $z = e^{i\theta}$.
 - **Éviter les exercices de géométrie dans ce chapitre (qui viendront dans un chapitre prochain), mais il faut quand même connaître les interprétations géométriques, notamment pour les points du cercle trigonométrique.**

Liste des questions et exercices de cours :

- Énoncer et démontrer (à partir des formules d'addition) la formule de linéarisation pour $\sin(a)\sin(b)$.
- Donner le domaine de définition et le domaine d'arrivée de la fonction Arcsin (ou Arccos, ou Arctan) et tracer sa courbe.
- Montrer que $\forall x \in \mathbf{R}^*, \operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$.
- Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ de deux façons différentes.
- Montrer que $\forall x \in \mathbf{R}, \cos(\operatorname{Arctan}(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ et $\sin(\operatorname{Arctan}(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.
- Rappeler la définition des fonctions ch et sh, puis montrer que $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$.
- Résoudre l'équation $\operatorname{ch}(x) = 2$.
- Calcul de la forme algébrique d'un produit ou d'un quotient de nombres complexes.
- Démontrer que, pour tous z et z' dans $\mathbf{C}$, on a $\overline{zz'} = \overline{z} \overline{z'}$.
- Démontrer que, pour tous z et z' dans $\mathbf{C}$, on a $|zz'| = |z||z'|$.
- Démontrer que, pour tout $z \in \mathbf{C}^*$, on a $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$.
- Énoncer et démontrer les formules d'Euler.