Programme n° 7

Semaine du 09/11/2026

Contenu du cours :

- Chapitre 4 : Nombres complexes I (reprise du programme précédent)
- Chapitre 5 : Calculs algébriques
  - Symboles $\sum$ et $\prod$. Propriétés de calcul. Changement d'indice. Télescopage.
  - Somme des entiers, des carrés, des cubes. Somme des termes d'une suite géométrique. Factorisation de $a^{n+1} - b^{n+1}$.
  - Coefficient binomial $\binom{n}{k}$ pour $k \in \mathbf{Z}$ et $n \in \mathbf{N}$, défini comme $\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ si $0 \leqslant k \leqslant n$, et 0 sinon. Formule du triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton. **Pas d'interprétation combinatoire dans ce chapitre.**

Liste des questions et exercices de cours :

- Soit $n \in \mathbf{N}$. Montrer que le produit des entiers impairs de 1 à $2n+1$ est $\dfrac{(2n+1)!}{2^n n!}$.
- Énoncer la formule de la somme des termes d'une suite géométrique.
- Énoncer la formule définissant les coefficients binomiaux. Calcul d'un « petit » coefficient binomial.
- Énoncer et démontrer la formule du triangle de Pascal.
- Énoncer la formule du binôme de Newton. Pour tout $n \in \mathbf{N}$, calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$.
- Montrer que, pour $1 \leqslant k \leqslant n$, on a $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$. En déduire que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$.