

Comment rédiger en mathématiques

On donne ici quelques principes de base concernant la rédaction en mathématiques. La mise en pratique de ces conseils est susceptible de rapporter beaucoup de points aux concours.

Introduire les objets

Tous les objets que vous utilisez dans votre raisonnement doivent être définis clairement. Si par exemple on vous demande de démontrer une proposition commençant par “pour tout $x \in \mathbb{R}$ ”, votre démonstration doit commencer par “Soit x un réel.” ou “Soit $x \in \mathbb{R}$.” Si vous avez besoin d’introduire une fonction, écrivez “Considérons la fonction...” ou “Posons...”

Choisissez bien les noms des objets : on utilise plutôt les lettres m, n, p pour les entiers, x, y pour les réels, i, j, k pour les indices, f, g pour les fonctions, A, B, M pour les matrices, P, Q pour les polynômes, etc.

Respectez les notations de l’énoncé, en particulier ne réutilisez pas une lettre déjà utilisée dans l’énoncé.

Bien expliquer le raisonnement

Quand on cherche une preuve, on réfléchit souvent dans les deux sens : d’une part, que peut-on déduire des hypothèses ? D’autre part, qu’est-ce qui pourrait mener à la conclusion ? En revanche, une fois le cheminement trouvé, il faut rédiger dans le sens direct (hypothèses vers conclusion). Autrement dit, il vaut mieux utiliser des “donc” que des “car”.

Si on vous demande de montrer une implication, commencez par écrire ce que vous supposez vrai. Si vous voulez montrer une équivalence par double implication, les deux sens doivent apparaître clairement.

Si vous utilisez une méthode de raisonnement particulière (récurrence, analyse-synthèse, absurde, contraposée, etc.), il faut le dire. Faites attention à la rédaction des récurrences et n’oubliez pas la conclusion.

Si vous utilisez un théorème, il faut le dire (en particulier si c’est un théorème qui a un nom) et il faut vérifier ses hypothèses. Si, par exemple, vous voulez utiliser le théorème des valeurs intermédiaires, il est essentiel de dire que la fonction considérée est continue.

Si vous utilisez le résultat d’une question précédente (vous pouvez le faire même si vous n’avez pas réussi à répondre à cette question), il faut préciser laquelle.

Les raisonnements doivent contenir tous les arguments nécessaires mais pas de baratin inutile. Les correcteurs apprécient autant la précision que la concision.

Énoncer les théorèmes correctement

Quand on énonce un théorème, il faut introduire les objets, donner les hypothèses et la conclusion, en faisant des phrases complètes et correctes. Considérons par exemple les énoncés suivants :

- 1) f dérivable $\Rightarrow f$ continue.
- 2) Si f est dérivable sur I , alors f est continue sur I .
- 3) Soient I un intervalle de \mathbb{R} et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Si f est dérivable sur I , alors f est continue sur I .
- 4) Toute fonction dérivable sur un intervalle de \mathbb{R} est continue sur cet intervalle.

Dans le premier, on ne sait pas ce qu’est f et ce n’est pas une phrase. Dans le deuxième, ni f ni I ne sont définis. Les énoncés 3 et 4 sont corrects.

Être mathématiquement rigoureux

La rigueur mathématique montre qu’on maîtrise les objets qu’on manipule.

N’oubliez pas de quantifier les propositions. Par exemple, si on vous demande la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2$, n’écrivez pas simplement “ $f'(x) = 2x$ ” mais “pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2x$ ” (notez également qu’avant de dériver une fonction vous devez justifier qu’elle est dérivable, ou au moins le dire si c’est immédiat comme ici).

Évitez d’utiliser des équivalences là où des implications suffisent. Vous risquez d’écrire de fausses équivalences (ainsi $(x = 2 \Rightarrow x^2 = 4)$ est vrai, mais $(x = 2 \Leftrightarrow x^2 = 4)$ est faux).

Ne confondez pas $=$ et \Leftrightarrow . Écrire $1 + 1 \Leftrightarrow 2$ n’a aucun sens.

Attention aux notations abusives : par exemple écrire $(x^2)' = 2x$ n’est pas rigoureux.

Autres manques de rigueur fréquents :

- On n’écrit pas la fonction x^2 mais la fonction $x \mapsto x^2$.
- On n’écrit pas la fonction $f(x)$ mais la fonction f .
- On n’écrit pas la suite u_n mais la suite (u_n) ou la suite de terme général u_n .

Utiliser un français correct

Les mathématiques se rédigent en faisant des phrases complètes et correctes en français (et courtes de préférence).

Ne mélangez pas le français et le langage mathématique. En particulier, on ne met pas de quantificateurs dans une phrase en français : par exemple, on n’écrit pas “La propriété est vraie $\forall x \in \mathbb{R}$ ” mais “La propriété est vraie pour tout réel x .” (ou

“pour tout $x \in \mathbb{R}$ ”). De même, pas de \Leftrightarrow dans une phrase en français : écrivez “si et seulement si” en toutes lettres.

N'utilisez pas \Rightarrow à la place de “donc”. Si on écrit “ A donc B ” on affirme que A est vrai et on en déduit que B est vrai. Si on écrit $A \Rightarrow B$, on ne suppose pas que A est vrai. Par exemple, $1 = 2 \Rightarrow 2 = 3$ est vrai, alors que “ $1 = 2$ donc $2 = 3$ ” est faux.

Écrivez les mots en entier : pas de “dc”, “nb”, “CV”, etc. De même, évitez les abréviations et les sigles (sev, ssi, IPP, CSSA, TVI...) que le correcteur ne connaît pas forcément (ou peut faire semblant de ne pas connaître pour vous enlever des points).

Évitez de commencer une phrase par un symbole mathématique : plutôt que d'écrire “ f est dérivable”, il vaut mieux écrire “la fonction f est dérivable”.

Rédiger les calculs

Les calculs doivent être menés prudemment et en détail (y compris au brouillon). N'essayez pas d'aller trop vite : d'une part, vous risquez de vous tromper, et, d'autre part, vous aurez du mal à repérer une éventuelle erreur.

Pensez à simplifier les résultats (fractions, racines...).

Pour montrer une égalité de la forme $A = B$, on peut partir de A pour arriver à B , partir de B pour arriver à A , ou transformer A et B séparément pour arriver à une même expression. En revanche partir de l'égalité $A = B$ et raisonner par équivalences pour arriver à une égalité vraie est à éviter.

Il n'est pas nécessaire de détailler les calculs les plus simples. En particulier, les calculs de limites doivent être détaillés uniquement s'il s'agit de formes indéterminées.

Soigner la présentation

Une copie bien présentée met le correcteur dans de bonnes dispositions. En particulier :

- Utilisez un brouillon.
- Encadrez ou soulignez les réponses.
- Évitez les fautes d'orthographe, en particulier aux mots mathématiques comme “récurrence”.
- N'insultez pas les mathématiciens en oubliant la majuscule à leurs noms.
- Numérotez les questions, traitez-les dans l'ordre si possible.
- Aérez votre copie (et laissez une marge).

Par ailleurs, au concours, il est conseillé de rédiger très soigneusement les premières questions pour donner confiance au correcteur.

Le correcteur est un ***

Ayez toujours à l'esprit que ce que vous écrivez va être lu. Ne comptez pas sur la bienveillance du correcteur. S'il est convaincu par ce que vous écrivez, il vous mettra les points. S'il ne l'est que partiellement ou pas du tout, vous n'en aurez qu'une partie ou pas du tout.

Pensez qu'un correcteur a plusieurs centaines de copies à corriger. Si vos explications ne sont pas claires, il ne perdra pas son temps à essayer de vous comprendre.

Enfin, certains correcteurs sont malheureusement des abrutis psychorigides qui vont chercher tous les prétextes possibles pour vous enlever des points : ne leur en donnez pas l'occasion.

Où trouver des exemples de rédaction correcte ?

Dans les corrections de devoirs que je vous envoie régulièrement et que vous ne lisez jamais !