

Chapitre 8 : Dynamique

1 Loi de la quantité de mouvement

1.1 Masse

Un objet que l'on veut mettre en mouvement ou, de manière plus générale, dont on essaye de modifier le mouvement, oppose une certaine résistance. C'est ce qu'on appelle l'**inertie**.

La grandeur physique qui mesure l'inertie mécanique d'un corps s'appelle la masse, notée m , exprimée en kilogrammes. *La masse est indépendante du référentiel.*

1.2 Centre d'inertie (centre de masse)

Soit (\mathcal{S}) un système constitué de 2 points matériels (M_1, M_2) de masses (m_1, m_2) et O un point quelconque de l'espace. On note $m = m_1 + m_2$ la masse totale de (\mathcal{S}) . Son centre d'inertie G est défini par :

$$m\vec{OG} = m_1\vec{OM}_1 + m_2\vec{OM}_2$$

Rq : La position du centre d'inertie **ne dépend pas** du point O choisi. Par exemple si on choisit le point G lui-même on obtient la relation : $m_1\vec{GM}_1 + m_2\vec{GM}_2 = \vec{0}$

Sa vitesse, dans un référentiel \mathcal{R} , vérifie : $m\vec{v}_G = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

1.3 Quantité de mouvement

La quantité de mouvement d'un point matériel M, de masse m , se déplaçant dans un référentiel \mathcal{R} à la vitesse $\vec{v}(M/\mathcal{R})$, est définie par :

$$\vec{p}(M/\mathcal{R}) = m\vec{v}(M/\mathcal{R})$$

Rq : La quantité de mouvement dépend du référentiel.

La quantité de mouvement d'un système de points matériels \mathcal{S} de masse totale m , de centre d'inertie G, se déplaçant dans un référentiel \mathcal{R} , est définie par :

$$\vec{p}(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = m\vec{v}(G/\mathcal{R})$$

1.4 Force extérieure - force intérieure

Deux systèmes \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 sont en **interaction** si les propriétés de \mathcal{S}_1 ont une influence sur \mathcal{S}_2 et inversement. Ils sont **isolés** s'ils n'ont pas d'influence l'un sur l'autre.

Une force est vecteur (noté \vec{F}) qui quantifie l'action d'un système sur un autre. **Elle est indépendante du référentiel**. Elle s'exprime en newtons (N). Une force ne dépend que des deux systèmes en interaction.

Principe d'additivité des forces :

$$\vec{F}(\{\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2\} \rightarrow M) = \vec{F}(\mathcal{S}_1 \rightarrow M) + \vec{F}(\mathcal{S}_2 \rightarrow M)$$

Une force est extérieure à un système si elle est exercée par un corps extérieur au système. Une force est intérieure à un système si elle est exercée par l'un des constituants du système sur un autre.

1.5 Lois de Newton

1.5.1 Principe d'inertie

Un système est **isolé** s'il n'est en interaction avec aucun autre système. Un système est **pseudo-isolé** s'il est en interaction avec aux moins deux systèmes et que la résultante des forces qui s'exercent sur lui est nulle.

Il existe des référentiels, appelés **référentiels galiléens**, dans lesquels un système isolé (ou pseudo-isolé) possède un mouvement de translation rectiligne uniforme.

1.5.2 Principe fondamental de la dynamique (PFD)

Dans un **référentiel galiléen** \mathcal{R} , un système \mathcal{S} soumis à des forces extérieures vérifie :

$$\frac{d\vec{p}(\mathcal{S}/\mathcal{R})}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

Dans le cas où ce système possède une masse totale m constante, on peut réécrire cette loi sous la forme :

$$m\vec{a}(G/\mathcal{R}) = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

1.5.3 Principe des actions réciproques

Soient \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 deux systèmes en interaction : les forces exercées réciproquement par un système sur l'autre sont opposées.

$$\vec{F}(\mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2) = -\vec{F}(\mathcal{S}_2 \rightarrow \mathcal{S}_1)$$

Une conséquence immédiate et importante de ce principe est la suivante :

Dans un système de points matériels, la résultante des forces intérieures est **toujours nulle**.

1.6 Equations du mouvement

1.6.1 Unicité de la trajectoire

La trajectoire du centre d'inertie d'un système est entièrement déterminée par la donnée :

- des forces extérieures qui s'exercent sur lui,
- de la position et la vitesse du système à une date donnée (généralement appelées **conditions initiales**)

1.6.2 Méthode de résolution

Un problème de dynamique consiste en général à déterminer la trajectoire d'un système dans un référentiel donné. Les données du problème sont **la nature des interactions** et **les conditions initiales**. On propose une méthode de résolution de ce type de problème, étape par étape :

1. Définir le référentiel d'étude (le choisir galiléen),
2. Définir le repère d'étude (réfléchir à la position de l'origine la plus pratique et au système de coordonnées le plus pertinent),
3. Représenter la situation de manière schématique et faire le bilan des forces extérieures,
4. Ecrire le PFD appliqué au système dans le référentiel d'étude,
5. Projeter le PFD sur la base orthonormée choisie,
6. Intégrer les équations différentielles obtenues pour établir la vitesse et la trajectoire du point matériel (ou du centre d'inertie du système de points).

2 Chute libre

Enoncé :

Un point matériel M de masse m est placé initialement au niveau du sol. Il est lancé vers le haut avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale. On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On néglige les frottements de l'air et on note $V_0 = \|\vec{V}_0\|$. On note \vec{g} l'accélération du champ de pesanteur terrestre, supposée uniforme.

1. Etablir la trajectoire du point M.
2. Exprimer l'altitude maximale H en fonction de V_0 , α et g .
3. Exprimer la portée L du lancer et calculer la valeur de α pour laquelle la portée est maximale.

3 Frottement fluide

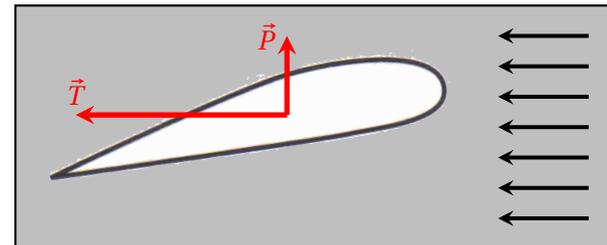
Un système macroscopique en mouvement relatif par rapport à un fluide est soumis à une interaction de contact dont l'intensité dépend principalement :

- de la vitesse du système par rapport au fluide,
- de la viscosité du fluide (notion vue en deuxième année),
- de la géométrie du système (et notamment de la forme et de l'aire de sa surface de contact avec le fluide),
- de l'état de surface du système.

Cette interaction est très complexe à étudier de manière théorique car elle nécessite de connaître avec précision le comportement des particules de fluide au voisinage de la surface du corps et l'état de surface du corps en mouvement. En général, l'étude du frottement fluide se fait de manière empirique ou avec des modèles numériques permettant de simuler des conditions expérimentales données.

À l'échelle macroscopique, on décompose la résultante des actions des actions de contact en la somme de deux forces de directions orthogonales l'une à l'autre :

- La **traînée** (\vec{T}) est la composante de la force colinéaire à la direction du mouvement, c'est-à-dire à la vitesse de déplacement du corps par rapport au fluide,
- La **portance** (\vec{P}) est la composante orthogonale à la direction du mouvement.



Nous nous intéressons ici uniquement à l'effet de la traînée, que l'on modélise généralement par une force dépendant de la vitesse :

$$\vec{F} = -\alpha \|\vec{v}\|^n \vec{v}$$

avec $n = 0$ à faible vitesse (traînée proportionnelle à la vitesse) et $n = 1$ à vitesses plus importantes (force proportionnelle au carré de la vitesse). α est appelé **coefficient de frottement fluide**.

Enoncé :

Un point matériel M de masse m est plongé dans un fluide visqueux. Il est lancé à la verticale avec une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{u}_z$. La masse est soumise à son poids et à une force de frottement fluide du type $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$ où \vec{v} est la vitesse de M dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On néglige la poussée d'Archimède.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la vitesse.
2. Exprimer la vitesse limite atteinte par la masse au bout d'un temps très long.
3. Résoudre complètement cette équation et tracer l'allure de $v(t)$ pour différentes valeurs de V_0 .

4 Frottement solide : lois de Coulomb

4.1 Réaction d'un support : force de frottement solide

Un solide (\mathcal{S}) est posé sur un support. Il existe des interactions entre le solide et le support au niveau de la surface de contact. Ces interactions sont complexes à décrire au niveau microscopique car elles dépendent de l'état de surface du solide et du support (rugosité, lubrification,...) ainsi que de leur mouvement relatif. Par contre, l'étude macroscopique de ces interactions obéit à des lois empiriques simples à interpréter.

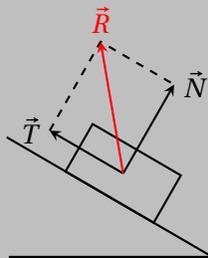
Def : On appelle **réaction** du support la résultante des interactions de contact entre le support et le solide.

En l'absence de frottement, la réaction est normale au support.

En cas de frottements entre le solide et le support, la réaction possède une composante normale et une composante tangentielle.

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$$

La composante tangentielle \vec{T} est appelée **force de frottement solide**.



4.2 lois de Coulomb

1° loi de Coulomb : Tant que le solide est immobile par rapport au support, les composantes normale et tangentielle de la réaction vérifient l'inégalité :

$$\|\vec{T}\| < f_s \|\vec{N}\|$$

f_s est appelé coefficient de frottement statique. C'est une grandeur sans dimension qui dépend de la nature du solide et du support ainsi que de leur état de surface.

2° loi de Coulomb : Dès que le solide est en mouvement par rapport au support, les composantes normale et tangentielle de la réaction vérifient :

$$\|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}\|$$

f_d est appelé coefficient de frottement dynamique. C'est une grandeur sans dimension qui dépend de la nature du solide et du support, de leur état de surface et du mouvement relatif des deux corps. En toute rigueur, f_s et f_d ne sont pas identiques mais l'expérience montre que leurs valeurs sont souvent très proches. Ainsi, on supposera toujours par la suite qu'ils sont égaux.

$$f_s = f_d = f$$

f désigne le **coefficient de frottement solide** entre le solide et le support.

Enoncé :

Un solide de masse m est posé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On note f le coefficient de frottement entre le solide et le plan. Exprimer la condition sur α pour que le solide puisse se maintenir en équilibre sur le plan.