

# Chapitre 11 : Mouvements dans les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ uniformes et stationnaires

## 1 Force de Lorentz

### 1.1 Champ électrique

#### 1.1.1 Introduction

Les champs électriques sont créés par des corps chargés électriquement. Ils sont omniprésents dans la nature, sous différentes formes (champs stationnaires, comme dans un accélérateur de particule ou dans l'atmosphère, ou bien champ alternatifs, comme dans une onde électromagnétique ou dans la plupart des appareils électriques). Les effets d'un champ électrique dépendent principalement de son intensité et de sa variation dans le temps (et notamment de sa fréquence si le champ est sinusoïdal). La propriété principale d'un champ électrique est la suivante :

Plongée dans un champ électrique, une particule chargée électriquement est soumise à une force d'interaction appelée force de Lorentz électrique.

Dans ce chapitre on s'intéresse uniquement aux champs stationnaires (invariants dans le temps) et uniformes (invariants dans l'espace) qui permettent d'accélérer des particules chargées pour les déplacer dans l'espace et éventuellement les amener à des vitesses très élevées, proches de la célérité de la lumière.

#### 1.1.2 Force de Lorentz électrique

Une particule de charge électrique  $q$  plongée dans un champ électrique extérieur  $\vec{E}$  est soumise à une force appelée **force de Lorentz électrique** :

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- Si le champ  $\vec{E}$  est créé par une distribution de charges électriques ( $\mathcal{S}$ ), cette relation permet de définir le champ électrique créé par cette source.
- Lorsque le champ électrique est indépendant du temps, on parle de champ électrostatique.
- L'unité SI de champ électrique est le  $V \cdot m^{-1}$ .

#### 1.1.3 Quelques applications

- C'est en imposant un champ électrique dans un circuit qu'un générateur met des charges en mouvement et est à l'origine d'un courant électrique.

- Un champ électrique peut être le support d'une transmission d'information (sous la forme d'une onde électromagnétique).
- Les accélérateurs de particules (cyclotron, synchrotron) reposent sur l'utilisation de la force électrique.
- Les charges opposées qui s'accumulent sur les deux armatures d'un condensateur sont à l'origine de l'apparition d'un champ électrique dans l'isolant qui les sépare. C'est ainsi qu'une tension apparaît entre les deux armatures.

#### 1.1.4 Ordres de grandeur

Source	Intensité du champ électrique (en $V \cdot m^{-1}$ )
Champ électrique résiduel dans l'atmosphère (statique)	100
Ligne haute-tension 400 kV (à 25 m, 50 Hz)	1000 à 10000
Micro-onde 850 W (à 30 cm, 2450 MHz)	< 1,5
Réfrigérateur (à 30 cm, 50 Hz)	100
Antenne GSM de téléphone portable (collé contre l'oreille, 900 et 1800 Mhz)	< 1

#### 1.1.5 Définition du potentiel électrique

La force électrique est conservative, on peut donc lui associer une énergie potentielle  $E_p(M)$ . Le potentiel électrique en un point M de l'espace  $V(M)$  est défini par la relation :

$$E_p = qV$$

À partir de la définition du potentiel électrique, on arrive rapidement à montrer que ce dernier est relié au champ électrique de la manière suivante :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$$

Cette relation permet de justifier que **le champ électrique est toujours dirigé dans le sens des potentiels décroissants**. Dans un champ électrique, la différence de potentiel entre deux points A et B s'écrit sous la forme :

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ainsi, en présence d'un champ électrique, **le potentiel électrique varie dans l'espace**. Un champ électrique est donc responsable de l'apparition de différences de potentiel entre différents points de l'espace.

## 1.2 Champ magnétique

### 1.2.1 Introduction

Historiquement, le magnétisme s'apparente à l'étude des aimants : matériaux capable d'attirer le fer et d'orienter une boussole. Le premier "aimant" observé est de l'oxyde de fer ou "magnétite" ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ). En 1600, William Gilbert émet pour la première fois l'idée que la Terre est un gigantesque aimant, ce qui permet de comprendre l'orientation des boussoles dans la direction nord/sud.

Il existe plusieurs types sources de champ magnétique, parmi lesquelles on peut citer les deux suivantes :

- Une charge électrique en mouvement (c'est-à-dire un courant électrique) génère un champ magnétique, qui peut éventuellement être variable si le courant est variable. En 1820, Ørsted observe qu'un courant électrique a une action sur une aiguille aimantée.
- Certains corps, appelés **ferromagnétiques**, sont capables de produire un champ magnétique stationnaire (ils doivent auparavant être aimantés, c'est-à-dire soumis à un champ magnétique extérieur intense). Les corps simples ferromagnétiques sont le fer, le nickel et le cobalt, mais il existe une grande quantité d'alliages métalliques et d'oxydes de fer qui présentent la même propriété. Ces matériaux sont utilisés pour fabriquer des aimants mais sont également présents dans les moteurs électriques, les transformateurs, les électroaimants, etc...

### 1.2.2 Force de Lorentz magnétique

Un champ magnétique  $\vec{B}$  exerce sur une charge électrique  $q$  située au point M, en mouvement à la vitesse  $\vec{v}$  dans un référentiel  $\mathcal{R}$ , la force :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

- Le champ magnétique dépend du référentiel d'étude.
- L'unité S.I. de champ magnétique est le Tesla (T).
- La force magnétique est orthogonale au champ magnétique et à la vitesse de déplacement des charges (règle du tire-bouchon).
- si la vitesse est colinéaire au champ magnétique alors la force magnétique est nulle.

### 1.2.3 Quelques applications

- Attraction du fer, orientation d'une boussole dans la direction des lignes de champ magnétique terrestre sont les premières applications concrètes des champs magnétiques dans l'histoire.
- Dans certaines conditions, un champ magnétique variable peut être à l'origine de l'apparition d'un courant électrique dans un circuit (phénomène d'induction électromagnétique). Les applications de l'induction sont innombrables : moteur électrique, génératrice électrique, freinage par induction, chauffage par induction, etc...

- A l'aide de champs magnétiques intenses, on peut sonder la matière en utilisant le principe de résonance magnétique nucléaire (RMN) : on peut citer comme applications la spectroscopie RMN et l'imagerie par résonance magnétique (IRM).
- Un champ magnétique peut dévier la trajectoire d'une particule chargée. A l'intérieur du large Hadron Collider (LHC), le plus grand des accélérateurs de particule du CERN, plusieurs milliers d'aimants supraconducteurs permettent de stabiliser la trajectoire des particules à l'intérieur du tunnel de 26,659 km de circonférence.

### 1.2.4 Ordres de grandeur

Source	Intensité du champ magnétique
Champ magnétique terrestre (statique)	50 $\mu\text{T}$
Ligne haute-tension 400 kV (à 25 m, 50 Hz)	8 – 40 mT
Micro-onde 850 W (à 30 cm, 2450 MHz)	5 mT
Réfrigérateur (à 30 cm, 50 Hz)	10 $\mu\text{T}$
Aimant permanent (à qq mm de la surface, statique)	0,1 à 1 T
Électroaimant (statique)	1 à 50 T
Coeur d'une machine d'IRM (statique)	0,1 à 7 T

## 1.3 Force de Lorentz électromagnétique

Plongée dans un champ électromagnétique, une particule chargée est soumise à la résultante des deux forces précédentes, appelée force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

On retient qu'au niveau microscopique (et notamment lorsqu'on étudie le mouvement d'une ou plusieurs particules chargées), la force de Lorentz est prépondérante devant le poids et la force d'interaction gravitationnelle entre différentes particules chargées.

## 1.4 Puissance de la force de Lorentz

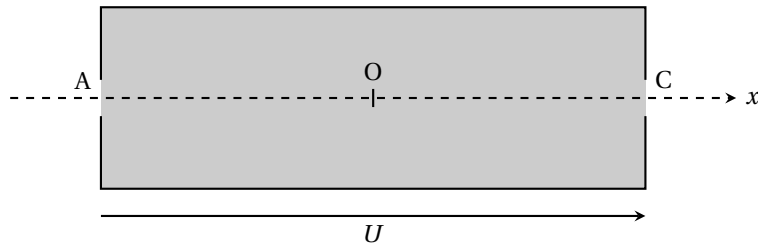
**La composante magnétique de la force de Lorentz ne travaille pas.** Elle ne contribue pas à accélérer ou ralentir une particule chargée, elle ne peut que courber sa trajectoire sans modifier son énergie cinétique.

La composante électrique de la force de Lorentz travaille, c'est-à-dire qu'un champ électrique peut échanger de l'énergie avec une particule chargée. Pour déterminer les variations d'énergie cinétique d'une particule chargée dans un champ électrique, on pourra exploiter la conservation de l'énergie mécanique :

$$E = E_c + qV = \text{Cste}$$

## 2 Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

### 2.1 Exemple de mouvement rectiligne : accélérateur linéaire de particule



Un proton est injecté en A, avec une vitesse négligeable, à l'intérieur d'un accélérateur linéaire de particule dans lequel règne un champ électrique  $\vec{E} = E\vec{u}_x$  stationnaire et uniforme. Il ressort de l'accélérateur en C. L'accélérateur a une longueur  $L = AC = 2,0 \cdot 10^2$  m et l'on impose entre les deux extrémités une tension telle que  $|U| = 1,0 \cdot 10^6$  V.

Données : charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C, masse du proton :  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

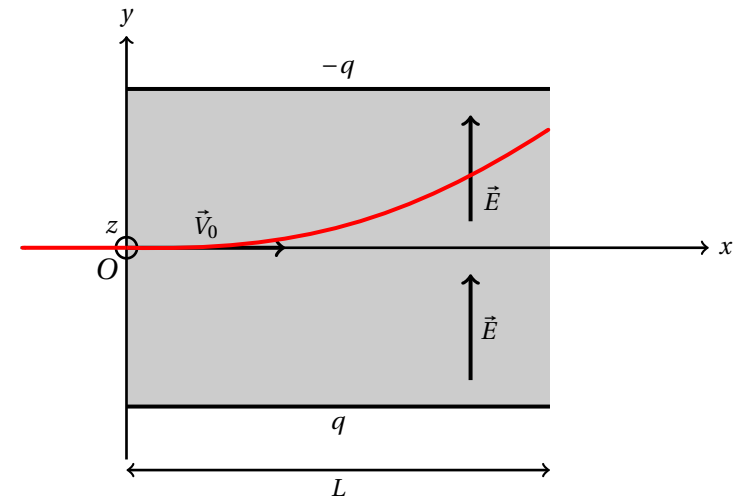
1. Quel doivent être les signes de  $E$  et  $U$  pour que le proton soit effectivement accéléré vers C ?
2. Déterminer littéralement et numériquement la vitesse d'éjection en C.
3. Déterminer littéralement et numériquement le champ électrique  $E$ .
4. Exprimer le potentiel électrique  $V(x)$  en tout point de l'accélérateur. On prendra l'origine des potentiels au centre, en O.

### 2.2 Déflexion électrique

Une particule, supposée ponctuelle, de masse  $m$ , de charge électrique  $q$ , arrive à  $t = 0$  avec une vitesse  $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$  à l'intérieur d'une portion de l'espace située entre deux armatures métalliques possédant des charges électriques opposées. On fait l'hypothèse qu'entre les armatures de largeur  $L$  (c'est-à-dire entre les abscisses  $x = 0$  et  $x = L$ ) règne un champ électrostatique uniforme  $\vec{E} = E\vec{u}_y$ , tandis que le champ électrique est nul partout ailleurs dans l'espace. On néglige l'effet du poids.

1. Établir les équations du mouvement de la particule chargée.

2. On suppose que la particule peut traverser le système sans percuter les armatures. Tracer l'allure de la trajectoire.
3. Exprimer l'angle de déflexion  $\alpha$  de la particule, c'est-à-dire la déviation angulaire subie à l'intérieur du système d'armatures. Proposer une application.



## 3 Mouvement circulaire dans un champ magnétostatique uniforme

Une particule de masse  $m$ , de charge électrique  $q$  est lancée depuis l'origine d'un repère  $(Oxyz)$ , dans un champ magnétostatique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$  ( $B > 0$ ) avec une vitesse initiale orthogonale au champ magnétique  $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ .

1. Montrer que le mouvement est uniforme.
2. Montrer que le mouvement est contenu dans le plan  $(Oxy)$ .
3. Projeter le PFD dans la base de Frenet et montrer que le rayon de courbure ne dépend pas du temps. Donner son expression en fonction de  $m$ ,  $v_0$ ,  $q$  et  $B$ . Quelle est la nature de la trajectoire ?
4. Tracer l'allure de la trajectoire suivant que la charge  $q$  est positive ou négative.
5. Citer une application de ce phénomène.