

Colle n°20

POLYNÔMES

I Polynômes à une indéterminée

1. Ensemble $K[X]$
2. Opérations dans $K[X]$
3. Degré d'un polynôme
4. Fonction polynomiale associée à un polynôme
5. Divisibilité dans $K[X]$

II Racines d'un polynôme

1. Racines d'un polynôme
2. Ordre de multiplicité d'une racine

III Polynôme dérivé

1. Définition
2. Formule de Taylor
3. Caractérisation des racines multiples

IV Décomposition en produit de polynômes irréductibles

1. Polynômes scindés
2. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé
3. Polynômes irréductibles
4. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$
5. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$
6. Exemple : factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$

V Fractions rationnelles

1. Définition
2. Décomposition en éléments simples
3. Applications

ANALYSE ASYMPTOTIQUE

I Relations de comparaison (fonctions)

1. Fonction dominée par une autre
2. Fonction négligeable devant une autre
3. Fonctions équivalentes
4. Croissances comparées

II Développements limités

1. Définition
2. Propriétés
3. Opérations sur les développements limités
4. Primitivation des développements limités
5. Formule de Taylor-Young
6. Exemples de développements limités d'une composée

Questions de cours :

1. Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ (théorème 24 page 9).
2. Calcul du DL de $\tan x$ à l'ordre 6 en 0.
3. Énoncé de la formule de Taylor-Young (avec ses hypothèses) et application au DL de $(1+x)^\alpha$ en 0.

Les DL usuels en 0 doivent être parfaitement connus : $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $\text{Arctan } x$, e^x , $\text{sh } x$, $\text{ch } x$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ à l'ordre 6, $(1+x)^\alpha$.