Colle n°24

ESPACES VECTORIELS

I Espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples

II Sous-espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples
3. Intersection de deux sous-espaces
4. Sous-espace engendré par une famille de vecteurs
5. Somme de deux sous-espaces
6. Somme directe
7. Sous-espaces supplémentaires

III Familles de vecteurs d'un espace vectoriel

1. Familles libres, familles liées
2. Familles génératrices
3. Bases
4. Sommes directes et bases

IV Dimension d'un espace vectoriel

1. Espaces vectoriels de dimension finie
2. Théorème de la base incomplète
3. Dimension d'un espace vectoriel
4. Familles libres et familles génératrices en dimension finie

V Dimension d'un sous-espace vectoriel

1. Dimension d'un sous-espace vectoriel
2. Sous-espaces supplémentaires en dimension finie
3. Rang d'une famille de vecteurs

Questions de cours :

1. $\mathcal{B}$ est une base de E si et seulement si tout vecteur de E peut s'écrire de manière unique comme combinaison linéaire des vecteurs de $\mathcal{B}$ (proposition 25 page 11).

2. Si $\mathcal{B}$ est une base de F, que $\mathcal{C}$ est une base de G et que F et G sont en somme directe, alors $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ est une base de $F \oplus G$ (proposition 29 page 12).

3. Si la famille $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$ est libre, alors $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ et $\text{Vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$ sont en somme directe (proposition 30 page 13).

4. Familles libres et génératrices en dimension finie (propositions 40 et 41 page 14).

5. Caractérisation des sev supplémentaires en dimension finie (proposition 46 page 16).

Toutes les définitions et tous les théorèmes sont à savoir parfaitement.