

# Chapitre 29 : Circuit fixe dans un champ magnétique variable

## 1 Auto-induction

### 1.1 Flux propre, inductance

Un circuit électrique parcouru par un courant  $i$  crée un champ magnétique dans l'espace, dont les lignes de champ traversent le circuit, créant un flux appelé **flux propre**. On admet que dans le cas d'un circuit filiforme à une seule maille,  $\phi_{\text{propre}}$  est proportionnel au courant électrique :

$$\phi_{\text{propre}} = Li$$

Où  $L$  est appelée l'**inductance** du circuit (exprimée en H). Il s'agit d'une grandeur géométrique qui dépend uniquement de la forme du circuit.

Rq : Cette relation est algébrique. Elle est valable dans le cas où le courant est orienté dans le sens arbitraire du circuit (celui qui a permis de définir le signe du flux). Dans ce cas et par définition,  $L$  est une grandeur positive.

### 1.2 Application : bobine de grande longueur

On considère une bobine constituée d'un enroulement de  $N$  spires de section  $S$ , dont la longueur  $\ell$  est très grande devant son rayon  $r$ . Dans ce cas, on assimile le champ à celui créé par une bobine de longueur infinie (on néglige les effets de bord). On montre alors que l'inductance vaut :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

On retient principalement que l'inductance varie en fonction du carré du nombre de spire. Par conséquent, l'inductance d'une bobine est très supérieure à celle d'une boucle de courant. Dans la pratique, on ne tient généralement compte du phénomène d'auto-induction que dans les bobines.

### 1.3 Fem d'auto-induction

Aux bornes d'une bobine, l'expression de la fem d'induction doit également prendre en compte la contribution du champ induit. Dans le cas d'un circuit indéformable ( $L = \text{Cste}$ ), cette fem vaut :

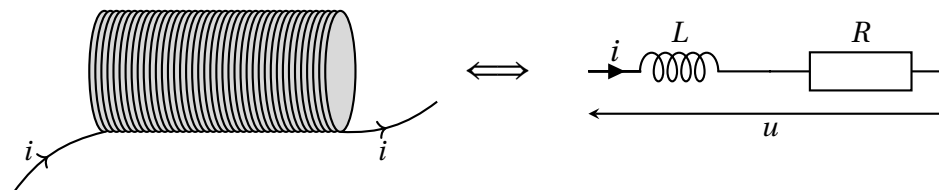
$$e_{\text{propre}} = -L \frac{di}{dt}$$

Rq : Dans le cas où un champ extérieur s'ajoute au champ propre, la fem s'écrit sous la forme :

$$e = -L \frac{di}{dt} - \frac{d\phi_{\text{ext}}}{dt}$$

Rq : Cette relation est valable si la fem et le courant sont orientés dans le même sens, c'est-à-dire en convention générateur.

Le schéma ci-dessous représente le modèle électrique correspondant à une bobine résistive, assimilée à l'association série d'une inductance  $L$  et d'une résistance  $R$ .



Dans ce cas (convention récepteur), la loi d'évolution de la bobine s'écrit :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt}$$

### 1.4 Étude énergétique

L'énergie stockée par une bobine s'écrit sous la forme :  $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} Li^2$ . Cette énergie provient du champ magnétique produit par la bobine. En un point M de l'espace où règne un champ magnétique  $\vec{B}(M)$ , l'énergie stockée par le champ dans un volume élémentaire  $d\tau$  vaut :

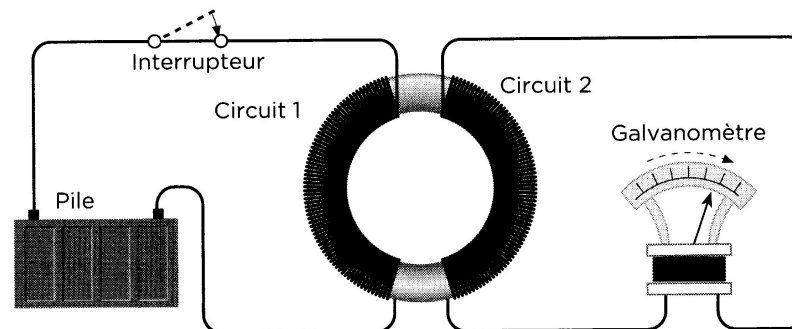
$$d\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

où  $B = \|\vec{B}(M)\|$ . La bobine créant un champ magnétique en tout point de l'espace, on peut montrer l'identité suivante :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2 = \iiint_{\text{espace}} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

## 2 Induction mutuelle de deux bobines

### 2.1 Inductance mutuelle : expérience historique de Faraday



Un champ  $\vec{B}$  extérieur variable crée dans un circuit fixe (2) une fem d'induction et un courant induit. Si ce champ a été créé par un autre circuit électrique (1), alors on dit que (1) a une influence sur (2).

Ce phénomène a été mis en évidence en 1831 par Faraday dans une expérience qui marque la découverte de l'induction électromagnétique (voir schéma de la page précédente). Deux circuits électriques sont enroulés de chaque côté d'un anneau de fer. Une pile permet de faire passer un courant électrique dans le premier circuit. Un galvanomètre permet de mesurer la présence de faibles courants dans le deuxième circuit. Faraday remarque que l'aiguille du galvanomètre bouge fugacement à l'ouverture et à la fermeture du premier circuit mais que celle-ci reste immobile lorsque le courant est établi dans la première bobine. Il fait les déductions suivantes :

- Un champ magnétique est capable de produire un courant électrique : c'est le phénomène de l'**induction électromagnétique**. C'est le phénomène inverse de celui décrit par le danois Ørsted selon lequel un courant électrique produit un champ magnétique.
- le courant électrique n'apparaît dans le deuxième circuit que lorsque l'intensité qui parcourt la première bobine augmente ou diminue. En d'autres termes, l'induction est due à la *variation* du courant inductif.

Rq : Le premier circuit est appelé **circuit primaire** (ou inducteur), le second **circuit secondaire** (ou induit).

## 2.2 Interprétation de l'expérience : couplage entre les deux circuits

Le courant électrique  $i_1$  qui traverse la première bobine est à l'origine d'un champ magnétique  $\vec{B}_1$  dont les lignes de champ traversent cette même bobine (auto-induction) mais également la seconde bobine. On admet que le flux  $\phi_{1 \rightarrow 2}$  du champ  $\vec{B}_1$  à travers la deuxième bobine est proportionnel à  $i_1$  :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M_{12} i_1$$

Où  $M_{12}$  est une grandeur homogène à une inductance, qui dépend :

- de la forme du deuxième circuit,
- de la position relative des deux circuits,
- éventuellement d'un matériau permettant de guider les lignes de champ (noyau de fer doux par exemple).

Rq :  $M$  est une grandeur algébrique dont le signe dépend de l'orientation arbitraire choisie pour les deux circuits.

D'après la loi de Faraday, le circuit primaire crée au secondaire une fem d'induction :

$$e = -M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

L'apparition d'un courant  $i_2$  au secondaire produit un champ magnétique  $\vec{B}_2$  qui va lui-même produire un flux  $\phi_{2 \rightarrow 1}$  au primaire, de sorte que :

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = M_{21} i_2$$

Dès lors qu'un circuit électrique primaire produit, par les variations du courant qui le traverse, un courant induit dans un circuit secondaire, il apparaît un couplage entre les deux circuits. On dit qu'ils sont en *influence mutuelle* l'un sur l'autre.

On admet le résultat suivant : les coefficients  $M_{12}$  et  $M_{21}$  sont égaux. Ils constituent le **coefficient d'inductance mutuelle**  $M$  entre les deux circuits.

$$M_{12} = M_{21} = M$$

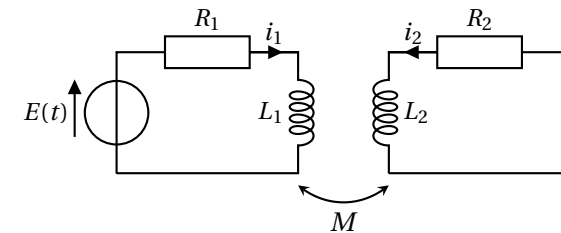
Rq : On dit que l'influence mutuelle est totale lorsque toutes les lignes de champ produites par l'un des circuits traversent le deuxième circuit.

## 2.3 Application : couplage entre deux bobines longues en influence mutuelle

Deux bobines de même axe, constituées respectivement d'un enroulement de  $N_1$  et  $N_2$  spires, de sections  $S_1$  et  $S_2$ , de longueur  $\ell_1$  et  $\ell_2$ , sont parcourues par des courants  $i_1$  et  $i_2$ . On montre que :

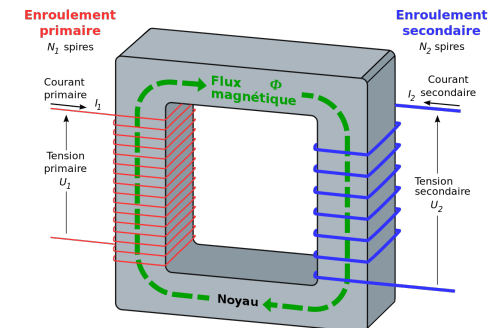
$$M_{12} = M_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_1} S_2 = M$$

## 2.4 Circuits électriques à une maille couplés par mutuelle inductance

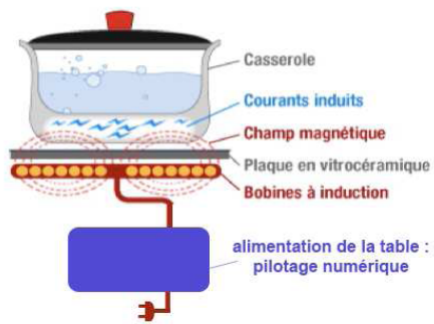


Ce schéma simple permet de comprendre quels effets peuvent produire deux circuits l'un sur l'autre lorsqu'ils sont placés suffisamment proche l'un de l'autre ( $M$  non négligeable devant  $L_1$  et  $L_2$ ). Le phénomène d'inductance mutuelle entre deux circuits a plusieurs applications dans la vie courante, dont voici quelques exemples :

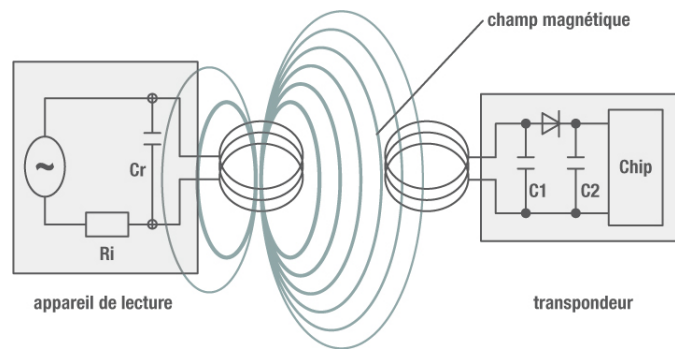
- **Les transformateurs** : ces dispositifs permettent de modifier l'amplitude d'une tension alternative à l'aide de deux bobines en influence quasi-totale. Le rapport entre la tension au primaire et au secondaire dépend du nombre de spires dans chacune des bobines.



- Le chauffage par induction : sous une plaque vitrocéramique, une bobine crée un champ magnétique qui produit des courants induits (appelés courants de Foucauld) dans un ustensile métallique. La dissipation d'énergie par effet Joule produit la chaleur nécessaire à la cuisson.



- La technologie RFID (Radio Frequency Identification) : cette technologie offre la possibilité de lire ou d'enregistrer des données, sans contact physique ou visuel. Le lecteur envoie un signal d'appel qui est transmis par l'intermédiaire de deux bobines en influence mutuelle à un transpondeur qui répond au lecteur en renvoyant un signal caractéristique qui peut être reconnu par le lecteur. Les applications de cette technologie sont nombreuses : badges pour autoriser l'entrée d'un bâtiment, détecteurs antivols en grande surface, paiement sans contact, etc.



#### 2.4.1 Étude en RSF

L'influence du circuit secondaire se traduit par un terme d'inductance supplémentaire dans le circuit primaire. L'inductance totale au primaire s'écrit sous la forme :

$$Z_1 = R_1 + jL_1\omega - \frac{(jM\omega)^2}{R_2 + jL_2\omega}$$

Lorsque les deux circuits passent à proximité l'un de l'autre, l'impédance du circuit primaire est influencé par la présence du circuit secondaire. Il s'ensuit une modification de l'intensité qui parcourt le primaire, phénomène qui peut permettre la détection du circuit secondaire.

#### 2.4.2 Étude énergétique

On montre que l'énergie totale présente sous forme magnétique vaut :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

Cette énergie est contenue dans le champ résultant  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  produit par les deux bobines. On montre par la même occasion que le coefficient d'inductance mutuelle  $M$  possède une borne supérieure

$$|M| \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

L'égalité étant vérifiée uniquement si les deux circuits sont en influence totale (ce qui n'est jamais parfaitement le cas; il existe toujours des "fuites" de champ  $\vec{B}$ ).

### 3 Transformateur de tension

#### 3.1 Principe de fonctionnement

Un transformateur (voir schéma précédent) est un convertisseur d'énergie électrique. Il transfère, *en alternatif uniquement*, de la puissance électrique d'un circuit primaire vers un circuit secondaire. Ce dispositif permet :

- d'abaisser/d'élever une tension, ce qui permet d'adapter la tension d'une source à celle de fonctionnement d'une charge.
- d'isoler électriquement deux parties d'un circuit électrique (transformateur d'isolement).

Il est constitué de deux bobinages (respectivement de  $N_1$  et  $N_2$  spires) enroulés sur un noyau ferroaimantique qui permet de maximiser l'influence entre les deux circuits. Lorsqu'on impose un courant variable au primaire, le flux du champ créé par la première bobine traverse la seconde et produit un courant induit.

- si l'intensité est sinusoïdale au primaire, elle l'est aussi au secondaire, de même fréquence.
- si l'intensité est stationnaire au primaire, il n'y a pas de courant au secondaire.

#### 3.2 Rapport de transformation d'un transformateur idéal

Def : Un transformateur est idéal si l'on néglige les fuites magnétiques dans le noyau (les bobinages sont en influence totale) et si celui-ci ne conduit pas l'électricité (pas de pertes par effet Joule).

Dans ce cas, on montre que les tensions au primaire et au secondaire sont proportionnelles l'une à l'autre et que le rapport de transformation, c'est-à-dire le rapport entre les tensions au primaire et au secondaire, ne dépend que de  $N_1$  et  $N_2$ .

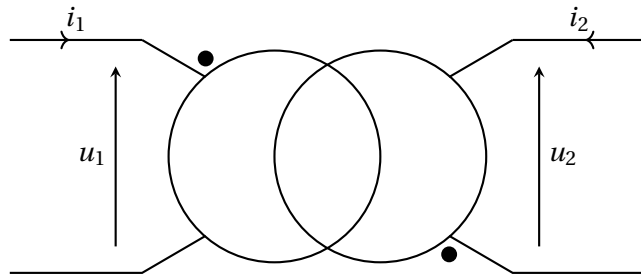
$$m = \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1}$$

Rq :  $m$  est indépendant d'une éventuelle charge branchée au secondaire

### 3.3 Schéma équivalent : paire de bornes homologues

Pour déterminer le sens du champ magnétique au primaire et au secondaire, il faut connaître le sens d'enroulement des bobinages, qui ne sont pas représentés sur le schéma simplifié d'un transformateur (voir ci-dessous). Par conséquent, pour ne pas se tromper sur les signes, on définit des paires de bornes homologues.

Def : Une paire de bornes homologues sont deux bornes du primaire et du secondaire par lesquelles des courants entrant positifs produisent des champs magnétiques dont les lignes de champ tournent "dans le même sens" à l'intérieur du noyau.



Attention : dans le cas ci-dessus,  $m = \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = -\frac{N_2}{N_1}$ .