

## DS de physique n° 8

Durée : 3h

L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et **les résultats soulignés ou encadrés**. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte 4 exercices indépendants.

### Exercice 1 : Pompe à chaleur géothermique

Cet exercice traite du fonctionnement d'une pompe à chaleur (PAC) géothermique. Après quelques généralités nous abordons l'étude détaillée d'une PAC géothermique.

Le fluide caloporteur utilisé dans la PAC est le 1,1,1,2-tétrafluoroéthane, de nom commercial R-134a. Il sera désigné plus simplement "fluide" dans la suite. Des données thermodynamiques utiles sont fournies en annexe.

#### Généralités

On considère une PAC fonctionnant entre deux thermostats idéaux, c'est-à-dire dont la température demeure constante au cours du fonctionnement de la PAC. Soient  $T_c$  et  $T_f < T_c$ , les valeurs de température de chacun de ces thermostats. On note  $W$ ,  $Q_c$  et  $Q_f$  les transferts d'énergie algébriquement échangés par le fluide au cours d'un cycle respectivement sous la forme de :

- travail ;
- transfert thermique avec le thermostat à la température  $T_c$  ;
- transfert thermique avec le thermostat à la température  $T_f$  ;

1. Rappeler les signes de  $W$ ,  $Q_c$  et  $Q_f$ . Rappeler la définition de l'efficacité de la PAC, notée  $e$ , en fonction des différents transferts d'énergie.
2. Établir le théorème de Carnot pour une pompe à chaleur ditherme. Dans quel cas l'efficacité maximale est-elle atteinte ?
3. Rappeler sans démonstration la relation entre l'entropie de vaporisation  $\Delta_{\text{vap},s}(T)$  et l'enthalpie de vaporisation  $L_{\text{vap}}(T)$  du fluide, pour une température  $T$  donnée. Compléter le tableau 1 en annexe.

#### Étude d'une PAC

On considère une PAC destinée à chauffer l'intérieur d'une maison en hiver. Le fluide de la PAC subit le cycle thermodynamique suivant :

- Étape (1)  $\rightarrow$  (2) : Initialement sous forme de vapeur saturante à la température  $T_1 = 288 \text{ K}$  et la pression  $P_1 = 4,88 \text{ bar}$  (état (1)), le fluide subit une compression adiabatique réversible qui l'amène à l'état de vapeur surchauffée à la pression  $P_2 = 13,2 \text{ bar}$  et à la température  $T_2$  (état (2)).
- Étape (2)  $\rightarrow$  (3) : Le fluide circule dans un échangeur thermique isobare dans lequel il est en contact thermique avec un thermostat de température  $T_c = 293 \text{ K}$ . Il en ressort à l'état de liquide saturant (état (3)).

- Étape (3) → (4) : Le fluide passe dans un robinet à laminage, ce qui lui fait subir une détente adiabatique et isenthalpique. À l'état final, noté (4), le fluide est en équilibre diphasé, à la pression  $P_4 = P_1$  et possède un titre massique en vapeur noté  $x_4$ .
- Étape (4) → (1) : Le fluide circule dans un nouvel échangeur thermique isobare, en contact avec un thermostat de température  $T_f = 288 \text{ K}$ . Il en ressort dans l'état (1).

Au cours des étapes (2) → (3) et (4) → (1), le fluide ne reçoit aucun autre travail que ceux des forces de pression. Il est à noter que le changement d'état (4) → (1) du fluide s'effectue exactement à la température  $T_f$  du thermostat avec lequel il est mis en contact thermique, ce qui n'est pas le cas pour le changement d'état qui a lieu au cours de (2) → (3). Dans toute la suite on raisonnera sur un système constitué d'une masse de référence  $m = 1 \text{ kg}$  de fluide.

4. Dessiner le cycle thermodynamique décrit par le fluide de la PAC dans un diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ). On fera figurer la courbe de saturation, les domaines gazeux, liquide et d'équilibre diphasique, ainsi que les points représentatifs des états (1), (2), (3) et (4).
5. Déterminer numériquement le titre massique  $x_4$ .
6. Compléter, en justifiant, le tableau 2 en annexe.
7. Justifier que la transformation (4) → (1) est réversible tandis que (2) → (3) ne l'est pas.
8. Préciser lors de quelle étape le transfert thermique  $Q_c$  est réalisé. Même question pour  $Q_f$ . Préciser, lors de l'étape (2) → (3), ce qui joue concrètement le rôle du thermostat.
9. Déterminer numériquement  $Q_c$  et  $Q_f$ . En déduire le travail  $W$  consommé sur un cycle par une masse  $m = 1 \text{ kg}$  de fluide.
10. Calculer l'efficacité de la PAC. La valeur maximale est-elle atteinte ? Expliquer.
11. Calculer l'entropie créée par la PAC, par cycle et pour une masse  $m = 1 \text{ kg}$  de fluide.
12. On souhaite que la PAC cède au thermostat de température  $T_c$  un transfert thermique de  $600 \text{ kJ}$  par heure. Déterminer numériquement la puissance électrique consommée par cette PAC puis le débit massique de fluide, en  $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ , qui doit circuler dans la machine.

### Intérêt d'une PAC sur aquifère

Pour une PAC traditionnelle, dite air-air, le rôle du thermostat à la température  $T_f$  est joué par l'air extérieur à la maison, de température de l'ordre de  $5^\circ\text{C}$ . Dans une PAC géothermique, ce même thermostat est constitué par un fluide frigorigène, en général de l'eau glycolée, c'est-à-dire un mélange d'eau et d'éthane-1,2-diol. L'eau glycolée est en contact thermique *via* un échangeur thermique avec l'eau d'une nappe souterraine, dont la température est de l'ordre de  $12^\circ\text{C}$  : on parle de PAC sur aquifère.

13. À partir du cycle tracé à la question 4, expliquer **qualitativement** comment évoluent  $Q_f$  et  $W$  lorsque l'on augmente légèrement la température  $T_f$ , la température  $T_c$  étant constante. On raisonnera sur l'efficacité réelle, à partir de l'allure du cycle, et non sur l'efficacité de Carnot. En déduire l'intérêt que présente une PAC sur aquifère comparée à une PAC air-air.

### Modélisation du fluide

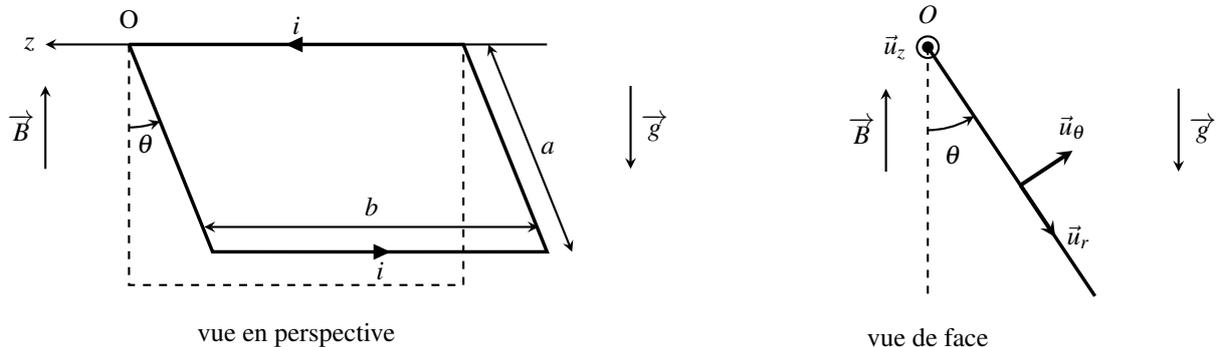
On justifie l'intérêt d'utiliser les tables thermodynamiques du fluide et non un modèle simplifié.

14. Supposons que l'on puisse modéliser l'état gazeux (vapeur saturante ou surchauffée) comme un gaz parfait. Déterminer littéralement et numériquement la température  $T_2$  puis la variation d'enthalpie massique  $\Delta_{12}h$  au cours de la compression (1) → (2). Comparer aux valeurs tabulées et conclure.

Données : masse molaire du fluide :  $M = 102 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , coefficient adiabatique :  $\gamma = C_{p,m}/C_{v,m} = 1,18$ , constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

## Exercice 2 : Actions de Laplace sur un cadre en rotation

Un cadre métallique de cotés  $a$  et  $b$ , de masse totale  $m$  uniformément répartie, est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  vertical, stationnaire et uniforme. Le cadre rigide peut tourner en pivot parfait autour de l'axe  $(Oz)$ . Il est parcouru par un courant continu d'intensité  $i$ .



1. Déterminer la force de Laplace résultante qui s'exerce sur le cadre.
2. Déterminer le moment  $\mathcal{M}_z(\vec{P})$  du poids du cadre par rapport à l'axe  $(Oz)$ .

Indication : On rappelle que le moment du poids se calcule en plaçant le point d'application du poids au centre d'inertie du solide.

3. Définir le moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  du cadre puis l'exprimer dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ . En déduire l'expression du couple des actions de Laplace par rapport à l'axe  $(Oz)$   $\Gamma_z = \vec{\Gamma}_{\text{lap}} \cdot \vec{u}_z$ .
4. Déterminer l'expression de  $\theta$  à l'équilibre.

## Exercice 3 : Aimantation d'un milieu paramagnétique/diamagnétique

 position 1

  position 2

Un milieu *paramagnétique* plongé dans un champ  $\vec{B}$  extérieur s'aimante dans la direction et le sens de  $\vec{B}$  tant que celui-ci est maintenu. Un milieu *diamagnétique* s'aimante dans la direction et en sens opposé à  $\vec{B}$  tant que celui-ci est maintenu.

1. Rappeler brièvement quelles sont les propriétés d'un matériau *ferromagnétique*.
2. Lorsque deux aimants sont placés à proximité l'un de l'autre, une force d'interaction apparaît entre eux. Rappeler quel est la caractère attractif ou répulsif de cette force, suivant que les deux aimants se font faces par deux pôles de même nature ou bien par des pôles opposés.

On place un milieu **paramagnétique** de petite taille à proximité d'un aimant droit, en position 1 (voir figure ci-dessus).

3. Tracer l'allure d'une ligne de champ produite par l'aimant et qui passe par le milieu paramagnétique. Tracer la direction et le sens du moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  acquis par le milieu paramagnétique. Justifier qualitativement qu'une force d'interaction apparaît entre l'aimant et le milieu paramagnétique. Est-elle attractive ou répulsive ?
4. Reprendre la question 3 dans le cas où le milieu paramagnétique est en position 2.
5. Reprendre les questions 3 et 4 dans le cas où le milieu est **diamagnétique**.

## Exercice 4 : Couplage entre deux circuits inductifs

On se propose d'étudier le couplage entre deux solénoïdes d'axe commun, en influence mutuelle (figure 1).



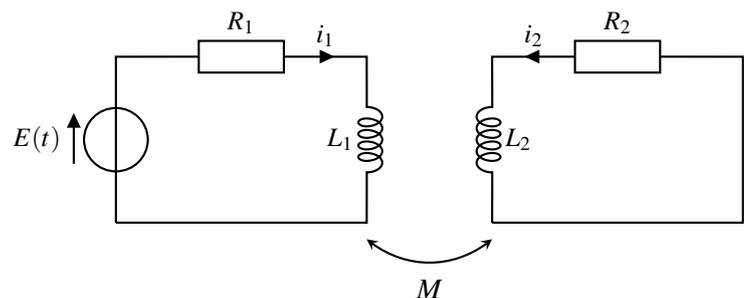
Figure 1 : Couplage entre deux bobines coaxiales

Le circuit primaire est constitué du solénoïde intérieur, alimenté par un générateur de tension. Le circuit secondaire est constitué de la bobine extérieure, branchée sur une charge. On note respectivement  $(N_1, \ell_1, S_1, L_1, R_1)$  et  $(N_2, \ell_2, S_2, L_2, R_2)$  le nombre de spires, la longueur, la section, l'inductance propre et la résistance interne de la bobine primaire et de la bobine secondaire, parcourues respectivement par les courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ . On note  $M$  le coefficient d'inductance mutuelle entre les deux bobines, dont le signe est fixé par les conventions d'orientation indiquées sur la figure 1. Le rayon des solénoïdes est très faible devant leur longueur et on néglige les effets de bord. L'axe  $Oz$  est l'axe commun aux deux bobines ; on lui associe le vecteur unitaire  $\vec{u}_z$ .

1. Exprimer le champ  $\vec{B}_1$  créé par la bobine primaire **en tout point de l'espace**.
2. Établir l'expression de l'inductance propre  $L_1$  de la bobine primaire en fonction de la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$ ,  $N_1$ ,  $\ell_1$  et  $S_1$ .
3. Application numérique. Calculer  $L_1$  puis la longueur  $\ell$  du fil constituant la bobine primaire, sa masse  $m$  et enfin le nombre de couches  $p$  nécessaire pour réaliser le bobinage.  
Données :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $N_1 = 2000$ ,  $\ell_1 = 60 \text{ cm}$ , le diamètre de la bobine primaire vaut  $D_1 = 8,0 \text{ cm}$ , la masse volumique du cuivre vaut  $\rho_{\text{Cu}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , le diamètre du fil vaut  $d = 0,9 \text{ mm}$ .
4. Quel est le signe de  $M$  ? Justifier. Déterminer son expression, en fonction des paramètres des deux bobines, en supposant que  $\ell_2 < \ell_1$  et  $S_2 > S_1$ .

On représente ci-contre le schéma équivalent des deux bobines couplées. On suppose que le générateur impose un échelon de tension :

$$E(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ E > 0 & t \geq 0 \end{cases}$$



5. Écrire le système d'équations différentielles couplées vérifiées par  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ .
6. Que deviennent ces équations lorsque le régime permanent est atteint ? En déduire les expressions des courants asymptotiques  $i_1(\infty)$  et  $i_2(\infty)$ .
7. Déterminer  $i_1(0^+)$  et  $i_2(0^+)$ .
8. On note  $Q = \int_0^\infty i_2(t) dt$  la quantité totale de charge électrique  $i_2$  qui circule dans le circuit secondaire au cours du régime transitoire. Montrer que :

$$Q = -\frac{L_2}{R_2} [i_2(\infty) - i_2(0^+)] - \frac{M}{R_2} [i_1(\infty) - i_1(0^+)]$$

En déduire l'expression de  $Q$  en fonction de  $E$ ,  $M$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

## ANNEXES

$T$ (K)	$P_{\text{sat}}$ (bar)	$h$ (kJ · kg <sup>-1</sup> )		$s$ (kJ · K <sup>-1</sup> kg <sup>-1</sup> )	
		liquide saturant $h_L$	vapeur saturante $h_V$	liquide saturant $s_L$	vapeur saturante $s_V$
288	4,88	220,5	407,1	1,0724	
323	13,2	271,6	423,4	1,2375	

**Tableau 1** : Tables thermodynamiques du fluide saturé

Point	$P$ (bar)	$T$ (K)	État du fluide	$h$ (kJ · kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ · K <sup>-1</sup> kg <sup>-1</sup> )
1			Vapeur saturante		
2		327	Vapeur surchauffée	428,2	
3			Liquide saturant		
4			Mélange diphasique		

**Tableau 2** : Données thermodynamiques du fluide dans le cycle étudié