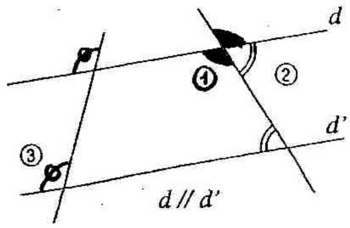
# FICHE BILAN - *Vocabulaire et propriétés de base*

## *Droites perpendiculaires / droites parallèles*

- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles.
- Si deux droites sont perpendicualires à une même troisième, alors elles sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

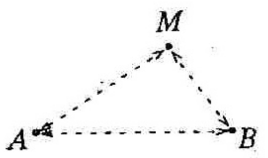
## *Angles*




- Un angle plat mesure 180° et un angle droit mesure 90°.
- Deux angles sont complémentaires si la somme de leur mesure est égale à 90°.
- Deux angles sont supplémentaires si la somme de leur mesure est égale à 180°.
- Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure. (1)
- Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors deux angles alternes-internes (2) sont égaux et deux angles correspondants (3) sont égaux.

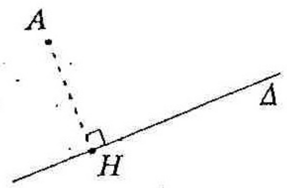
  *Réciproquement,* si deux droites parallèles sont coupées par une sécante en formant deux angles alternes-internes (ou correspondants) égaux, alors elles sont parallèles.

### *Inégalité triangulaire*



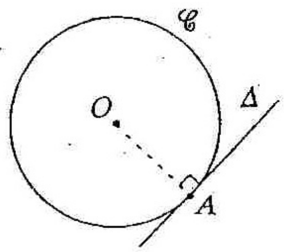

Quels que soient les points $A$, $B$ et $M$ :
$AB \leq AM + MB$.

### *Distance point-droite*



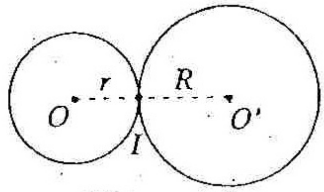

$AH$ est la distance du point $A$ à la droite $\Delta$.

### *Tangente à un cercle*




$A \in \mathscr{C}$ ; $A \in \Delta$ ; $(OA) \perp \Delta$.

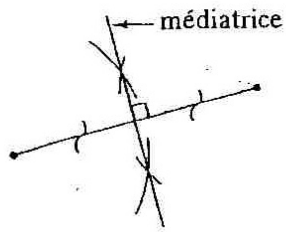
### *Cercles tangents*




$OO' = r + R$

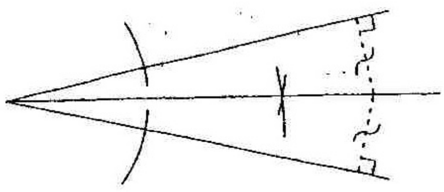
$I$ est le seul point de contact.

### *Médiatrice d'un segment*




- Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
*Réciproquement*, si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

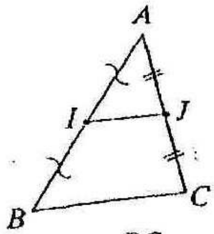
### *Bissectrice d'un angle*



- Si un point est sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de l'angle.
*Réciproquement*, si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il est sur la bissectrice de cet angle.

# FICHE BILAN - *Dans les triangles…*

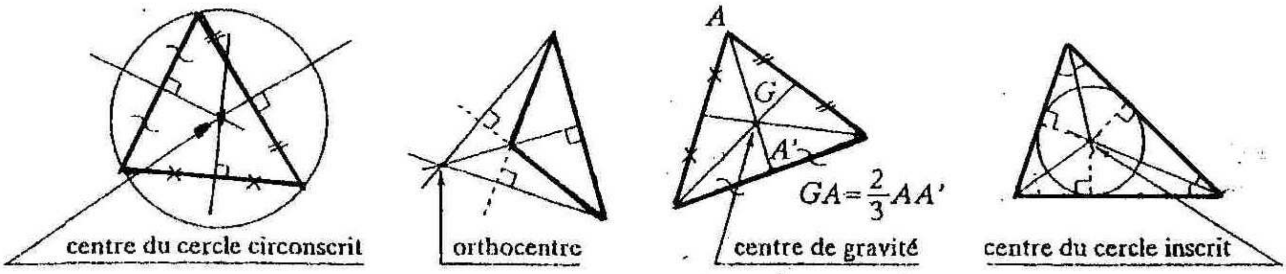
## *Généralités*




$IJ = \frac{BC}{2}$

- La somme des mesures des angles de tout triangle est égale à 180°.
- Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté (voir la figure ci-contre).
- Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.
- Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un second côté, alors elle coupe le troisième en son milieu.

*Médiatrices* — *Hauteurs* — *Médianes* — *Bissectrices*




- Dans tout triangle, les médiatrices, les hauteurs, les médianes et les bissectrices sont concourantes.

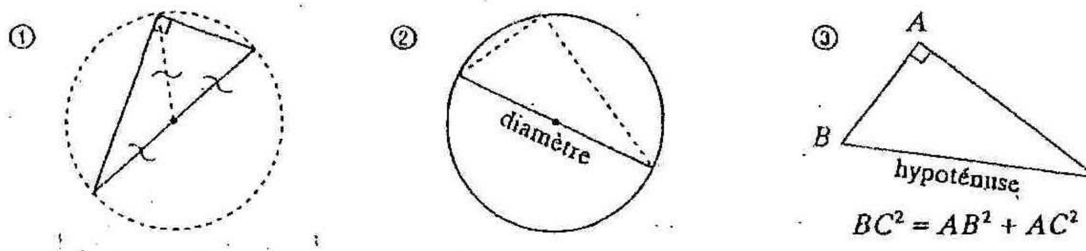
## *Triangle isocèle*

- Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base, la hauteur et la médiane issues du sommet principal ainsi que la bissectrice de l'angle principal sont confondues (c'est l'axe de symétrie du triangle).

## *Triangle équilatéral*

- Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie (il est « trois fois » isocèle). Ses angles mesurent 60°.
- Si un triangle isocèle a un angle de 60°, alors il est équilatéral.
- Si un triangle a deux angles de 60°, alors il est équilatéral.

## *Triangle rectangle*




**Cercle circonscrit à un triangle rectangle**

- Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse (①).
- Réciproquement, si un triangle est inscrit dans un cercle en ayant un diamètre du cercle pour côté, alors ce triangle est rectangle (et le diamètre du cercle est l'hypoténuse) (②).

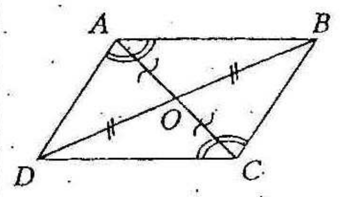
**Théorème de Pythagore**

- Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit (③).
- *Réciproquement*, si les côtés d'un triangle $ABC$ vérifient l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

de la 6ème à la 3ème

# FICHE BILAN - *Dans les quadrilatères…*

### *Parallélogramme*




C'est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

- Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.
- Dans un parallélogramme :

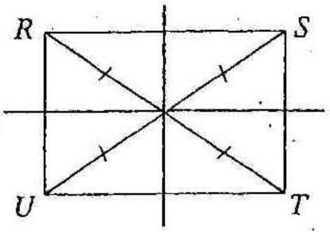
– les diagonales se coupent en leur milieu ; les côtés opposés ont la même longueur ;

– les angles opposés sont égaux ; deux angles consécutifs sont supplémentaires.

### *Comment reconnaître un parallélogramme ?*

- Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère *non croisé* ont la même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

### *Rectangle*




C'est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

- Dans un rectangle :

– les côtés opposés sont parallèles et ont la même longueur ;

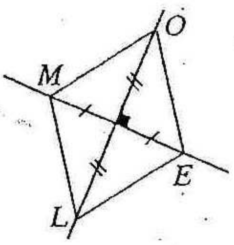
– les diagonales ont le même milieu et la même longueur.

- Un rectangle a *deux* axes de symétrie perpendiculaires : les *médiatrices des côtés*.

### *Comment reconnaître un rectangle ?*

- Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.
- Si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu et la même longueur, alors c'est un rectangle.
- Si les diagonales d'un parallélogramme ont la même longueur, alors c'est un rectangle.

### *Losange*




C'est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.

- Dans un losange :

– les côtés opposés sont parallèles ;

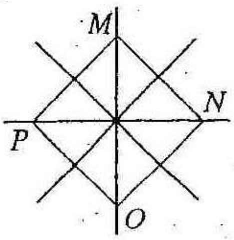
– les *diagonales* sont *perpendiculaires* et ont le *même milieu*.

- Un losange a deux axes de symétrie *perpendiculaires* : ses *diagonales*.

### *Comment reconnaître un losange ?*

- Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
- Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et ont le même milieu, alors c'est un losange.
- Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

### *Carré*




C'est un quadrilatère qui est *à la fois* un rectangle et un losange.

- N'importe quel carré possède donc *toutes* les propriétés d'un rectangle *et* celles d'un losange.
- Un carré a *quatre* axes de symétrie : les *médiatrices des côtés* (comme tous les rectangles) et les *diagonales* (comme tous les losanges).

### *Comment reconnaître un carré ?*

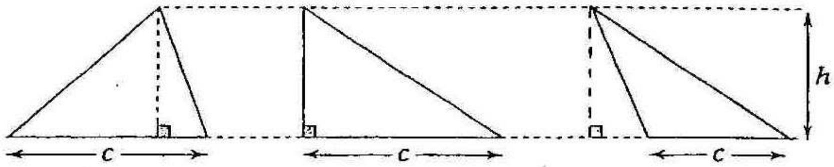
- Pour démontrer qu'un quadrilatère est un carré, on doit prouver qu'il est, à la fois, un rectangle et un losange.

# FICHE BILAN - *Périmètres, aires et volumes…*

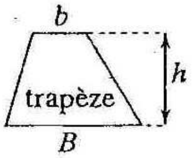
## Triangles

aire d'un triangle : $\dfrac{c \times h}{2}$

$\left(\dfrac{\text{côté} \times \text{hauteur associée}}{2}\right)$

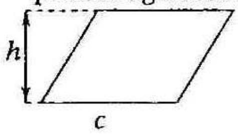



## Quadrilatères

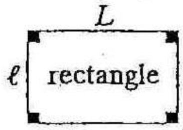



aire $= \dfrac{(B + b) \times h}{2}$

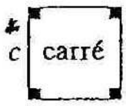
parallélogramme




aire $= c \times h$

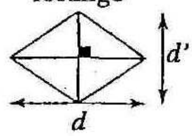



aire $= L \times \ell$




aire $= c \times c = c^2$

losange



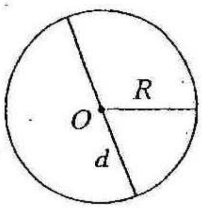

aire $= \dfrac{d \times d'}{2}$

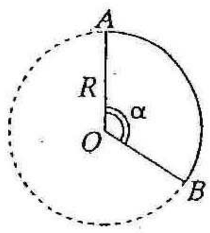
## Cercle, disque, arc de cercle, secteur circulaire

Le cercle de centre $O$ et de rayon $R$ est l'ensemble de tous les points situés à la distance $R$ de $O$.

**périmètre du cercle :**
$2 \times \pi \times R = 2\pi R = \pi d$

**aire du disque :**
$\pi \times R \times R = \pi R^2$




Soit $\alpha$ la mesure, en degrés, de *l'angle au centre* $\widehat{AOB}$.

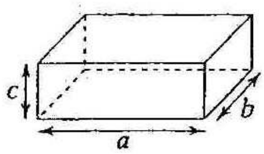
**longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ :**

$2 \times \pi \times R \times \dfrac{\alpha}{360}$

**aire du *secteur ciculaire* $AOB$ :**

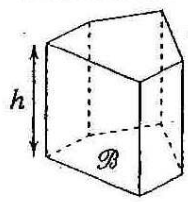
$\pi \times R^2 \times \dfrac{\alpha}{360}$

### *Parallélépipède rectangle*



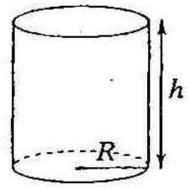

volume $= a \times b \times c = abc$
volume d'un cube : $a \times a \times a = a^3$

### *Prisme droit*



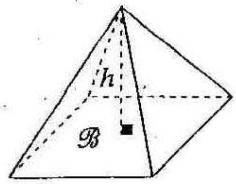

aire latérale = périmètre de base $\times h$
volume $= \mathcal{B} \times h$

### *Cylindre de révolution*



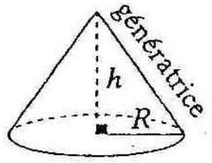

aire latérale $= 2 \times \pi \times R \times h$
volume $= \pi \times R^2 \times h$

### *Pyramide*



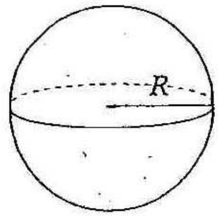

volume $= \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$

### *Cône de révolution*




volume $= \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3} = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$

### *Sphère, boule*

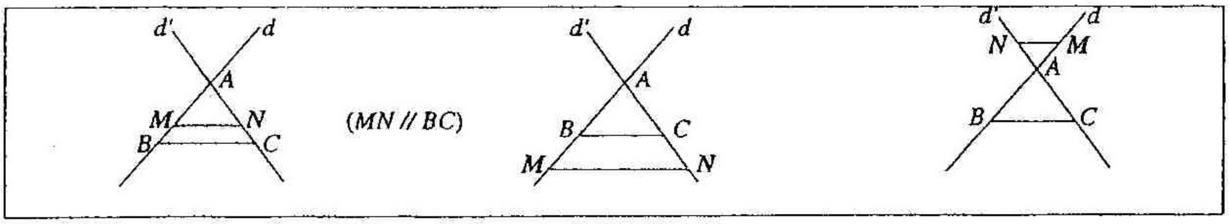



aire $= 4 \times \pi \times R^2$
volume $= \dfrac{4}{3}\pi R^3$

*Remarque :* Dans un dessin en perspective cavalière, deux droites parallèles dans la réalité sont représentées par deux droites parallèles.

# FICHE BILAN - *Géométrie plane en 3ème*

## *Configurations du théorème de Thalès*




### Propriété de Thalès — « Réciproque »

$d$ et $d'$ sont deux droites sécantes en $A$ ; $B$ et $M$ sont deux points de $d$, distincts de $A$ ; $C$ et $N$ sont deux points de $d'$, distincts de $A$.

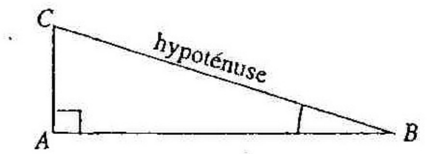
- Si : $(BC) /\!/ (MN)$
alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

- Si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ et si $A$, $B$, $M$ et $A$, $C$, $N$ sont dans le même ordre alors : $(MN) /\!/ (BC)$.

## *Trigonométrie*

### Cosinus, sinus, tangente

$ABC$ est un triangle rectangle en $\widehat{A}$.




$\cos \widehat{B} = \dfrac{BA}{BC}$; $\sin \widehat{B} = \dfrac{CA}{CB}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

### Formules

$x$ est la mesure d'un angle aigu.

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

\+ à savoir <u>absolument</u> : conversion radian $\xrightarrow{\times 180/\pi}$ degré (°) ; degré $\xrightarrow{\times \pi/180}$ radian

<u>tableau de conversion</u>

| rad | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ° | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | 180 |

unités pratiques pour les petits angles :

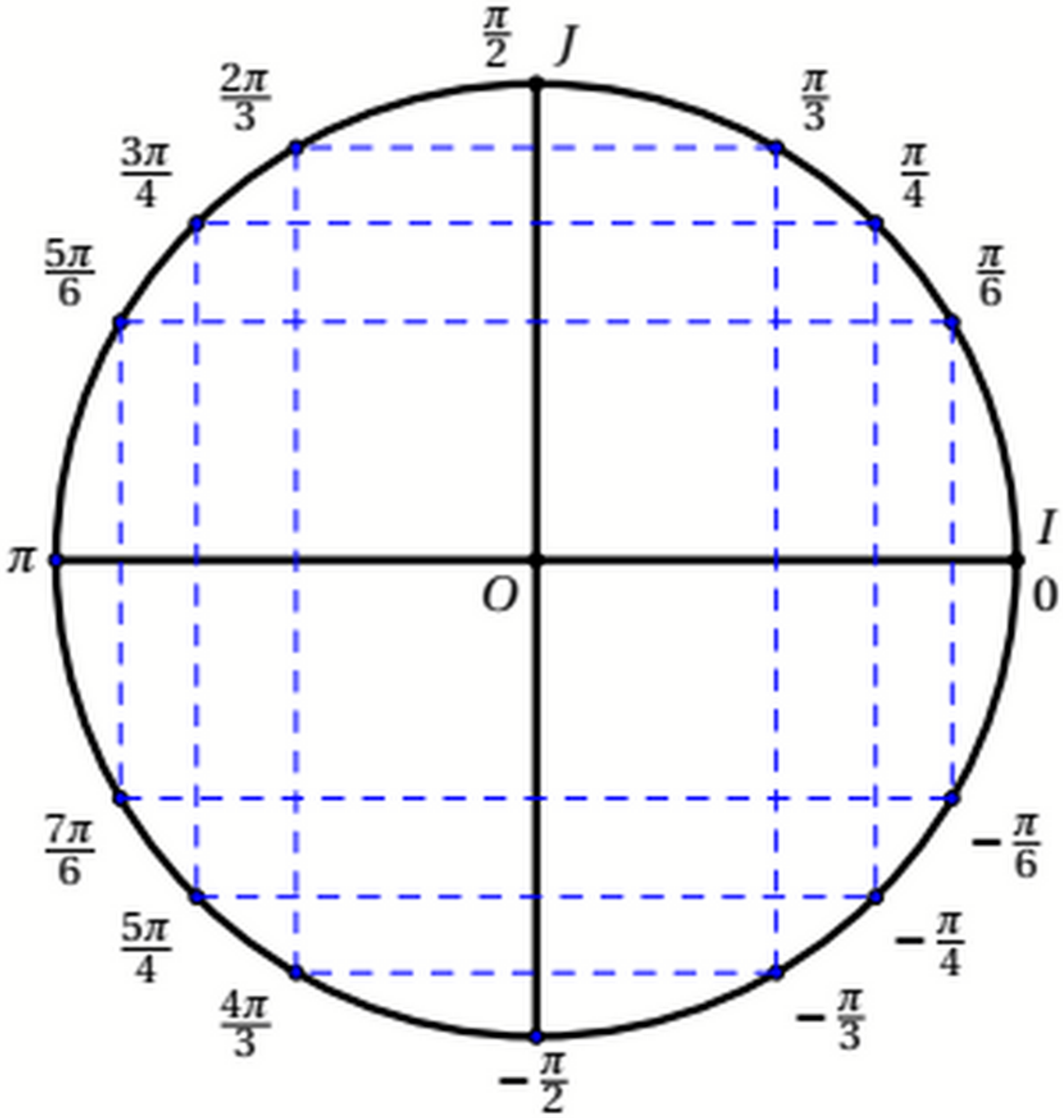
* minute d'arc ( ' )

$$1' = \frac{1}{60}°$$

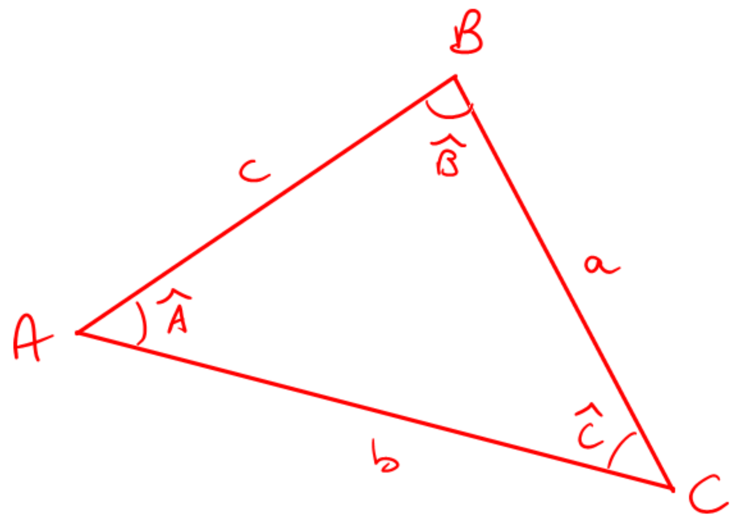
* seconde d'arc ( '' )

$$1'' = \frac{1}{60}' = \frac{1}{3600}°$$

# cercle trigonométrique



Autre théorème de géométrie qui peut être utile à l'occasion → théorème d'Al-Kashi (généralisat° de Pythagore aux triangles quelconques) :




$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\hat{A})}$$