Devoir n°1 (non surveillé)

EXERCICE 1

Simplifier au maximum les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice :

$$\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}} \ ; \ 2^{12}9^{5}12^{-6} \ ; \ \frac{(4-3\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}{2+\sqrt{5}} \ ; \ \ln 72+\ln\frac{1}{12}-\ln 3.$$

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x+2} \ ; \ \sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\frac{1}{2} \ ; \ \ln(x+1)-\ln x=1.$$

EXERCICE 3

Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose $S_n=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$.

1) Montrer que : $\forall\, n\in\mathbb{N}^*$, $S_n\leqslant 2-\frac{1}{n}$.

2) En déduire que la suite de terme général S_n est convergente.

EXERCICE 4

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=x^2$. Soient x_1 et x_2 deux réels distincts et soient M_1, M_2 et M les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives x_1, x_2 et $\frac{x_1+x_2}{2}$. Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ en M est parallèle à la droite (M_1M_2).

EXERCICE 5

Déterminer les réels a pour lesquels l'équation $x^3-3x^2-24x+a=0$ a exactement deux solutions réelles distinctes. On pourra faire une étude de fonction.

Devoir n°1 (non surveillé)

EXERCICE 1

Simplifier au maximum les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice :

$$\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}} \ ; \ 2^{12}9^{5}12^{-6} \ ; \ \frac{(4-3\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}{2+\sqrt{5}} \ ; \ \ln 72+\ln\frac{1}{12}-\ln 3.$$

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x+2} \ ; \ \sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\frac{1}{2} \ ; \ \ln(x+1)-\ln x=1.$$

EXERCICE 3

Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on pose $S_n=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$.

1) Montrer que : $\forall\, n\in\mathbb{N}^*$, $S_n\leqslant 2-\frac{1}{n}$.

2) En déduire que la suite de terme général S_n est convergente.

EXERCICE 4

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=x^2$. Soient x_1 et x_2 deux réels distincts et soient M_1, M_2 et M les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives x_1, x_2 et $\frac{x_1+x_2}{2}$. Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ en M est parallèle à la droite (M_1M_2).

EXERCICE 5

Déterminer les réels a pour lesquels l'équation $x^3-3x^2-24x+a=0$ a exactement deux solutions réelles distinctes. On pourra faire une étude de fonction.