

## CHAPITRE

## 2

## Formation des images

## 1 Stigmatisme, objet et image, conditions de Gauss

La notion de stigmatisme est fondamentale pour comprendre le fonctionnement des instruments d'optique. Nous voyons ici comment reconnaître le stigmatisme d'un système optique, comment définir un objet et une image au sens de l'optique géométrique, puis l'intérêt d'éclairer un système optique dans les conditions de Gauss.

## ► Stigmatisme rigoureux

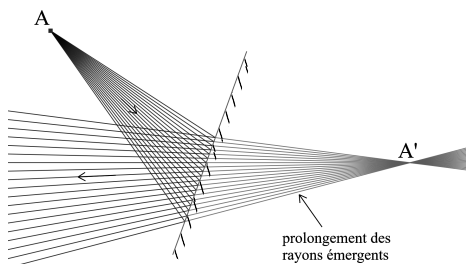
## Cours

Un système optique ( $S$ ) est rigoureusement stigmatique pour un couple de points ( $A, A'$ ) si **tout rayon incident** issu de  $A$  émerge de ( $S$ ) en passant **exactement** par  $A'$ .

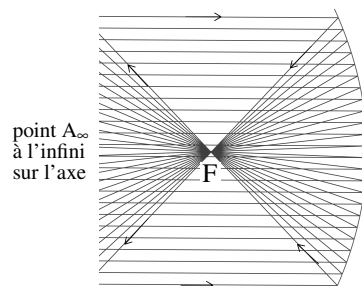
Réciproquement, tout rayon incident issu de  $A'$  émerge de ( $S$ ) en passant exactement par  $A$  (d'après le principe de retour inverse de la lumière). On dit que  $A$  et  $A'$  sont **conjugués** par ( $S$ ) et on le symbolise avec la notation  $A \overset{(S)}{\longleftrightarrow} A'$ .

Le stigmatisme rigoureux est une propriété rare en optique. En voici deux exemples, illustrés ci-dessous :

- un miroir plan est tel que **tout point de l'espace** possède un conjugué au sens du stigmatisme rigoureux. Deux points conjugués par un miroir plan sont symétriques l'un de l'autre par rapport au miroir.
- un miroir parabolique est rigoureusement stigmatique pour un objet ponctuel situé à l'infini sur l'axe optique. Son conjugué est appelé le **foyer** du miroir.



Couple de points ( $A, A'$ ) conjugués par un miroir plan

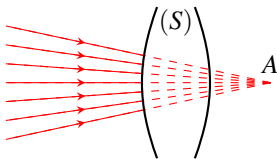
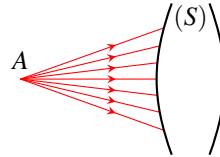


point source à l'infini conjugué avec le foyer d'un miroir parabolique

► **Point objet réel/virtuel, point image réel/virtuel**

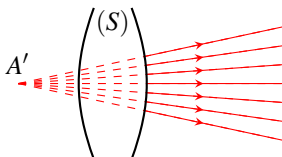
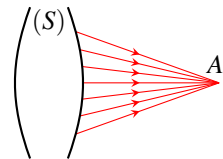
**Cours**

Si un système optique  $(S)$  est éclairé par un faisceau incident **divergent** d'un point  $A$  alors celui-ci est appelé un **objet réel** pour  $(S)$ .



Si un système optique  $(S)$  est éclairé par un faisceau incident **convergent** vers point  $A$  alors celui-ci est appelé un **objet virtuel** pour  $(S)$ .

Si faisceau émerge d'un système optique  $(S)$  en **convergent** vers un point  $A'$  alors celui-ci est appelé une **image réelle** pour  $(S)$ .



Si faisceau émerge d'un système optique  $(S)$  en **divergent** d'un point  $A'$  alors celui-ci est appelé un **image virtuelle** pour  $(S)$ .

Vous pouvez retenir cette autre manière, équivalente, de reconnaître les objets et images et leur nature réelle ou virtuelle, sur un schéma optique.

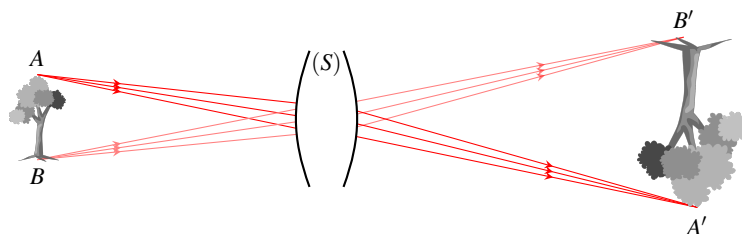
- Un point objet réel est à l'intersection de rayons incidents.
- Un point image réel est à l'intersection de rayons émergents.
- Un point objet virtuel est à l'intersection de prolongements de rayons incidents.
- Un point image virtuelle est à l'intersection de prolongements de rayons émergents.

**Application** : Sur les deux figures de la page précédente (miroir plan et miroir parabolique) :

- le point  $A$  est un objet réel (intersection des rayons incidents).
- Le point  $A'$  est une image virtuelle (intersection des prolongements des rayons émergents).
- Le point  $F$  est une image réelle (intersection des rayons émergents).
- Un point situé à l'infini n'est à proprement parler ni réel ni virtuel. Cela dit, en pratique, le point  $A_\infty$  peut tout à fait être un objet réel situé à très grande distance du miroir parabolique, que l'on modélise comme étant à l'infini pour simplifier.

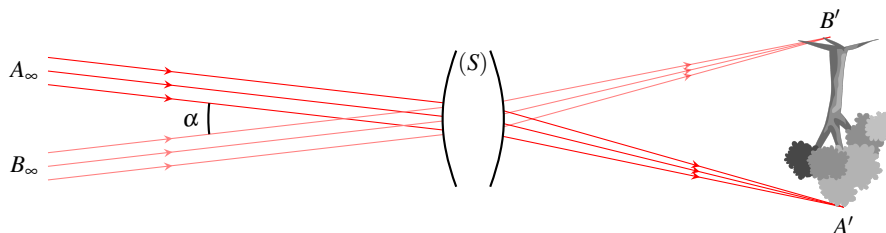
### ► Objet étendu

On appelle objet étendu ( $\mathcal{A}$ ) un objet lumineux **de taille non négligeable**. Dans le domaine de l'optique géométrique on considère qu'un objet étendu est la réunion **d'une infinité d'objets ponctuels indépendants**. Si le stigmatisme de ( $S$ ) est assuré pour tous les points de l'objet alors on appelle image étendue ( $\mathcal{A}'$ ) de ( $\mathcal{A}$ ) la réunion de l'ensemble des conjugués par ( $S$ ) des points de ( $\mathcal{A}$ ).



Objet étendu et son image par un système ( $S$ )

On parle de source étendue à l'infini lorsqu'un objet à l'infini a une **taille angulaire non négligeable**. Dans ce cas chaque point de la source éclaire le système optique avec un faisceau de rayons parallèles, dans la direction où il se trouve par rapport au système. On illustre sur la figure ci-dessous dans le cas d'un objet étendu de taille angulaire  $\alpha$ . On note  $A_\infty$  et  $B_\infty$  les points de l'objet situés dans les directions extrêmes dans le plan de la figure.



Objet étendu à l'infini et son image par un système ( $S$ )

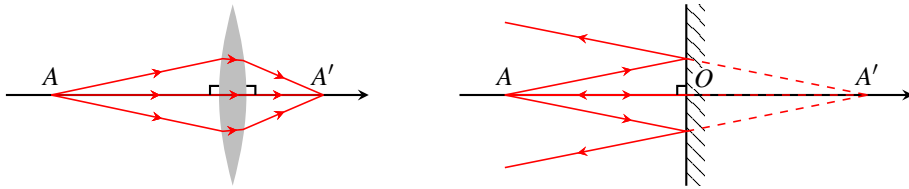
### ► Système optique centré

#### Cours

Un système optique ( $S$ ) est dit centré s'il possède un **axe de symétrie de révolution**. Celui-ci porte le nom **d'axe optique**.

Sur un schéma on oriente toujours l'axe optique **dans le sens des rayons incidents** pour ( $S$ ).

Remarque : L'axe optique est orthogonal à tous les dioptrés/miroirs qui constituent le système optique. Dans le cas d'un miroir plan ou d'un dioptré plan tout axe orthogonal au système fait figure d'axe optique.



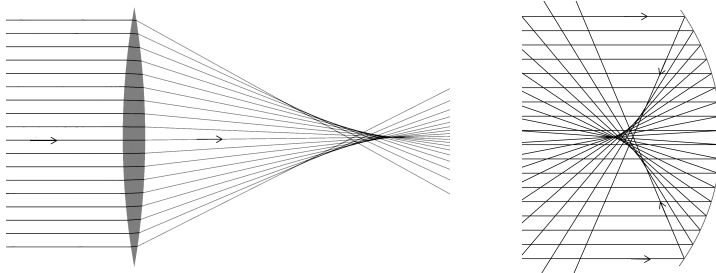
Axe optique d'une lentille et d'un miroir plan

Un rayon lumineux confondu avec l'axe optique le reste après chaque réfraction/réflexion car il arrive sous incidence normale sur tous les dioptrés/miroirs qu'il rencontre.

Une conséquence de cette propriété est qu'un **point de l'axe optique ne peut être conjugué qu'avec un autre point de l'axe optique.**

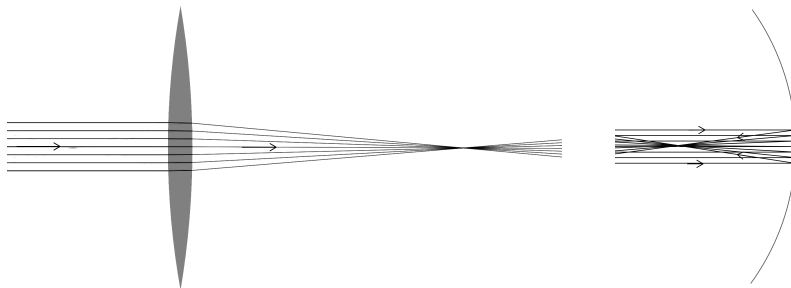
### ► Stigmatisme approché, conditions de gauss

La plupart des instruments d'optiques ne sont pas rigoureusement stigmatiques. Les figures ci-dessous l'illustrent dans le cas d'une lentille sphérique et d'un miroir sphérique. L'objet est ponctuel, à l'infini sur l'axe optique, et les rayons émergents ne se croisent pas en un seul point de l'espace. Cet objet n'a pas d'image au sens du stigmatisme rigoureux évoqué précédemment.



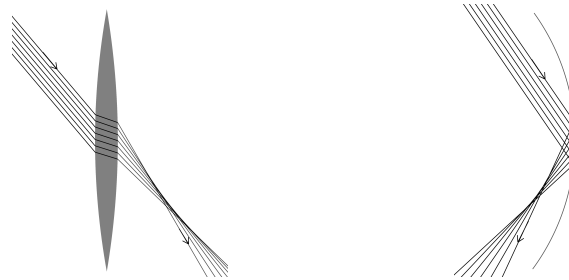
Non stigmatisme d'une lentille sphérique et d'un miroir sphérique

En limitant la propagation aux rayons les plus proches de l'axe optique on se rend compte que l'on s'approche du stigmatisme.

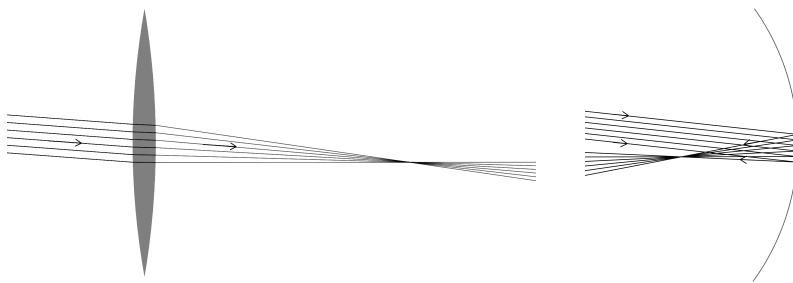


Stigmatisme approché d'une lentille sphérique et d'un miroir sphérique pour des rayons proches de l'axe optique

Un système optique s'éloigne d'autant plus du stigmatisme que les rayons incidents l'atteignent loin de l'axe. Comme on le voit sur les figures ci-dessous l'inclinaison des rayons a également son importance. Un système optique s'éloigne d'autant plus du stigmatisme que les rayons incidents qui l'atteignent sont inclinés par rapport à l'axe optique.



Non stigmatisme d'une lentille sphérique et d'un miroir sphérique



Stigmatisme approché d'une lentille sphérique et d'un miroir sphérique pour des rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique

### Cours

Pour s'assurer qu'un système optique est "presque" stigmatique on l'éclaire dans les **conditions de Gauss**, c'est-à-dire avec des rayons lumineux :

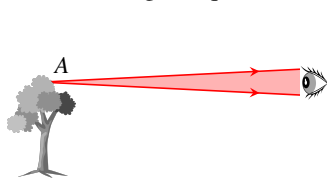
- **proches de l'axe optique** (c'est-à-dire qui atteignent les dioptrés/miroirs à une distance de l'axe faible comparée au rayon de courbure) ;
- **peu inclinés par rapport à l'axe optique.**

On parle également de **rayons paraxiaux**. L'utilisation d'un **diaphragme** de petite ouverture, situé entre la source et le système optique, est le moyen le plus simple pour se placer dans les conditions de Gauss.

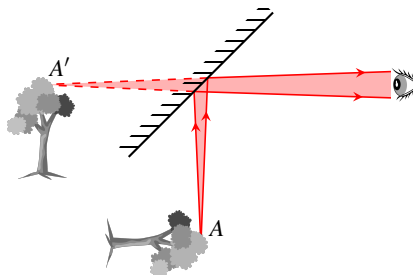
Nous parlons ici de système "presque" stigmatique. Avant d'expliquer ce qu'est le stigmatisme approché il nous faut comprendre pourquoi le stigmatisme est une propriété si importante lorsque l'on utilise un instrument d'optique.

### ► Influence du stigmatisme sur la perception des images

Sans chercher à décrire le fonctionnement complexe de la vision humaine, nous allons ici comparer la situation d'un observateur regardant un objet à l'œil nu puis à travers un instrument d'optique. Nous considérons pour simplifier un point particulier  $A$  de l'objet, émettant une onde lumineuse sphérique dans toutes les directions de l'espace. On représente ci-dessous la propagation d'une portion conique de lumière émise depuis le point  $A$ . Sur la figure de gauche le faisceau lumineux se propage directement vers l'observateur qui regarde à l'œil nu tandis que sur la figure de droite il atteint l'observateur après réflexion sur un miroir plan (rigoureusement stigmatique).



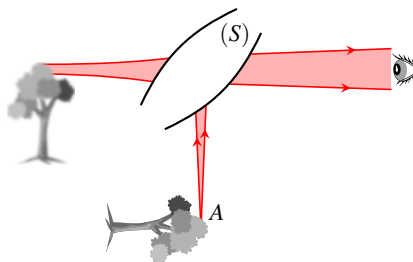
Observation à l'œil nu



Observation à travers un miroir plan

Du point de vue de l'observateur le faisceau lumineux reçu de  $A$  est semblable à celui émis par un point lumineux imaginaire, identique à  $A$  et situé **au niveau du conjugué  $A'$  de  $A$  par le miroir**. Comme le miroir plan est stigmatique pour tous les points de l'espace l'observateur a la sensation de voir une réplique exacte de l'arbre derrière le miroir, dans tous ses détails et contrastes. L'observateur regarde **l'image de l'arbre par le miroir**, et le stigmatisme rigoureux de ce dernier garantit que **l'image conserve entièrement les détails de l'objet**.

Regardons maintenant ce qu'il se passe si l'observateur regarde à travers un système optique non stigmatique. De son point de vue le faisceau lumineux issu de  $A$  ne semble pas provenir d'un point unique mais d'un volume, de taille faible mais non nulle, appelée **tâche image** du point  $A$ . Imaginons maintenant un autre point  $B$  appartenant à l'objet. Pourvu que  $A$  et  $B$  soient suffisamment proches, leurs tâches images vont se superposer l'une à l'autre si bien que l'observateur verra **un mélange** des ondes lumineuses émises par  $A$  et  $B$ .



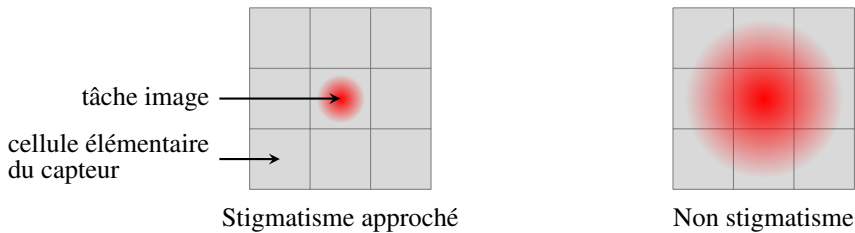
Observation à travers un système non stigmatique

Il en résulte que **le contraste se dégrade** et que **les détails les plus fins disparaissent**. C'est ce que l'on appelle communément le **flou**. En l'absence de stigmatisme on ne dit pas que le système optique forme une image de l'arbre mais une **pseudo-image**.

En conclusion un système optique stigmatique forme une image qui conserve tous les détails d'un objet tandis qu'un système non stigmatique produit des pseudo-images faisant disparaître les détails les plus fins. **La qualité optique d'un instrument est d'autant meilleure qu'il s'approche du stigmatisme rigoureux.**

### Ça veut dire quoi “presque” stigmatique ?

Indépendamment du système optique utilisé, la résolution d'un capteur de lumière est limitée par la taille des cellules élémentaires qui enregistrent l'information lumineuse non pas point par point mais moyennée sur une surface de taille finie. Ces cellules peuvent être des pixels (pour un capteur CMOS d'appareil photo numérique par exemple) ou bien des cellules biologiques (cônes et bâtonnets sur la rétine de l'œil). On parle de stigmatisme approché lorsque la résolution est limitée davantage par la taille des cellules que par le défaut de stigmatisme. Plus concrètement, il y a stigmatisme approché lorsque **la dimension de la tâche image est inférieure à celle d'une cellule élémentaire du capteur**.

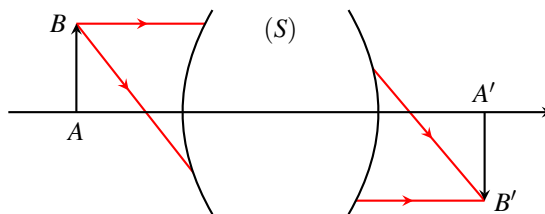


### ► Aplanétisme

#### Cours

Un système optique est aplanétique pour un point  $A$  de l'axe optique s'il est stigmatique pour  $A$  (conjugué à un point  $A'$  lui aussi sur l'axe optique) et que le stigmatisme est conservé quand on s'éloigne de  $A$  perpendiculairement à l'axe optique.

Dans les conditions de Gauss un système centré est aplanétique et tout objet transverse  $AB$  est conjugué avec une image transverse  $A'B'$ .

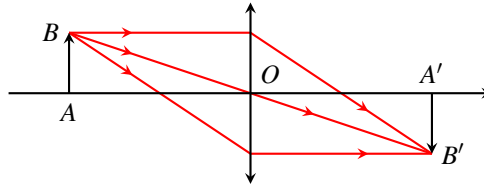


Aplanétisme d'un système centré dans les conditions de Gauss

### ► Distances algébriques, conventions d'orientation

En optique on mesure les distances longitudinales (le long de l'axe optique) et les distances transversales (perpendiculaires à l'axe optique) avec des grandeurs algébriques, c'est-à-dire positives ou négatives suivant le sens dans lequel on se déplace. On parle de distances algébriques. Nous voyons ici comment sont définies leurs conventions d'orientation.

- Une distance algébrique longitudinale  $\overline{AB}$  est positive si on se déplace de  $A$  à  $B$  dans le sens de l'axe optique et négative si on se déplace dans le sens contraire.
- Une distance algébrique transversale  $\overline{AB}$  est positive si on se déplace de  $A$  à  $B$  vers le "haut" sur le schéma optique et négative si on se déplace vers le "bas".



Positions relatives d'un objet transverse et son image par une lentille mince

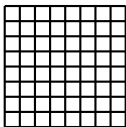
Sur l'exemple de la figure ci-dessus  $\overline{OA} < 0$  et  $\overline{OA'} > 0$  (distances longitudinales) tandis que  $\overline{AB} > 0$  et  $\overline{A'B'} < 0$  (distances transversales).

Les distances algébriques sont antisymétriques :  $\forall (A, B), \overline{BA} = -\overline{AB}$ .

On peut utiliser les **relations de Chasles** :  $\forall (A, B, C), \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$ .

### ► Aberrations géométriques

On appelle aberrations géométriques tous les écarts par rapport à l'approximation de l'optique paraxiale (c'est-à-dire dans les conditions de Gauss) indépendants de la longueur d'onde. Elles se manifestent par un éloignement au stigmatisme rigoureux (diminution de la résolution, c'est-à-dire la faculté à former une image qui restitue les détails d'un objet lumineux) mais également par des **distorsions** (l'image n'est pas homothétique de l'objet).



Objet

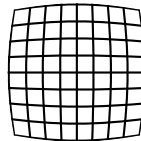


Image  
Distorsion en barillet

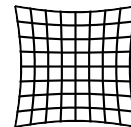


Image  
Distorsion en coussinet

### ► Aberrations chromatiques

Les instruments d'optique qui possèdent des lentilles décomposent la lumière polychromatique en raison du caractère dispersif du milieu transparent qui les constitue. L'image présente alors des franges colorées indésirables.

### ► Diffraction

Toute onde lumineuse qui traverse un élément optique (diaphragme, lentille, miroir) de diamètre  $D$  fini est diffractée. Ce phénomène provoque un étalement de la lumière et empêche notamment de focaliser un faisceau lumineux en un point unique. Cela dégrade le stigmatisme de l'instrument et ainsi sa résolution. La diffraction est d'autant plus sensible que le diamètre des éléments optiques traversés est faible.



## 2 Image d'un point par un miroir plan

### 2.1 Construction du point image

#### En résumé

- Pour un système stigmatique deux rayons non superposés sont suffisants pour construire l'image d'un point.
- Représenter schématiquement le miroir plan et placer le point objet (réel ou virtuel).
- Choisir deux rayons incidents **dont la direction passe par le point objet**.
- Tracer la marche de ces rayons après réflexion sur le miroir.
- Le point image est à l'intersection des rayons émergents (ou leur prolongement).

Si l'objet est réel alors les deux rayons incidents divergent depuis le point objet.

Si l'objet est virtuel alors les deux rayons incidents convergent en direction du point objet (qui est situé derrière le miroir).

On représente ci-dessous la construction dans le cas d'un objet réel et d'un objet virtuel.

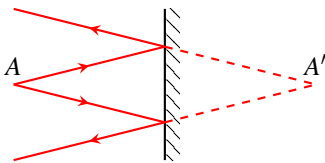


Image d'un point objet réel  
par un miroir plan

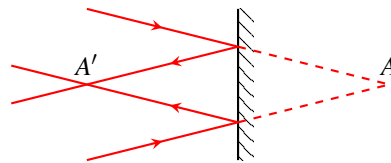


Image d'un point objet virtuel  
par un miroir plan

### 2.2 Relation de conjugaison du miroir plan

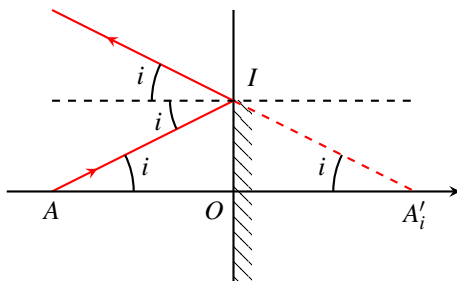
Il est simple de démontrer mathématiquement que le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace, c'est-à-dire que tout point possède un conjugué par le miroir.

#### En résumé

- Tout point objet  $A$  peut être considéré comme appartenant à l'axe optique (car tout axe orthogonal au miroir plan fait figure d'axe optique). Dans ce cas si  $A$  possède un conjugué celui-ci se situe également sur l'axe optique.
- Démontrer que tout rayon issu de  $A$  émerge du miroir en passant exactement par le symétrique de  $A$  par rapport au miroir. Conclure que le miroir est rigoureusement stigmatique et que le conjugué de  $A$  est son symétrique par rapport au miroir.
- Traduire cette propriété en termes de distances algébriques.

► **Représentation schématique**

On trace une figure annotée représentant la réflexion d'un rayon arrivant sous une incidence  $i$  quelconque sur le miroir plan. On note  $O$  l'intersection du miroir et de l'axe optique, et  $A'_i$  le point d'intersection du rayon émergent et de l'axe optique. On se place arbitrairement dans le cas d'un objet réel (la démonstration est analogue si  $A$  est virtuel).



► **Utilisation des lois de Snell-Descartes, recherche de la position de  $A'_i$**

Si l'angle d'incidence vaut  $i$  alors  $\widehat{OAI} = i$  (angles alterne-internes).

D'après la loi de la réflexion l'angle de réflexion en  $I$  est égal à  $i$ . On en déduit que  $\widehat{OIA'_i} = i$  (angles correspondants).

Par ailleurs on a  $\widehat{AOI} = \widehat{A'_iOI} = \frac{\pi}{2}$ . On conclut que les triangles  $OIA$  et  $OIA'_i$  ont tous leurs angles égaux, ce sont des triangles **semblables** (ils ont la même "forme" mais pas forcément la même taille).

En plus de ça ils ont le côté  $OI$  en commun, ils sont donc plus que semblables, ce sont des triangles **identiques** (même forme et même taille). On conclut que les distance  $OA$  et  $OA'_i$  sont égales, donc que  $A'_i$  est le **symétrique de  $A$  par rapport au miroir**.

► **Stigmatisme rigoureux, relation de conjugaison du miroir plan**

On vient de montrer que  $A'_i$  est symétrique de  $A$  par rapport au miroir, indépendamment de la valeur de  $i$  (nous avons choisi un  $i$  quelconque). Cela signifie que **tout rayon incident** émerge du miroir **exactement** dans la direction de ce point. On conclut que le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour  $A$  et que son conjugué  $A'$  est son symétrique par rapport au miroir. Enfin puisque l'on a choisi un objet  $A$  quelconque le stigmatisme rigoureux est vérifié pour tous les points de l'espace.

On traduit de manière mathématique que  $A$  et  $A'$  sont symétriques l'un de l'autre par rapport au miroir :

$$\overline{OA'} = -\overline{OA} \iff \boxed{\overline{OA} + \overline{OA'} = 0}$$

Cette égalité constitue la **relation de conjugaison du miroir plan**. Elle met en relation, de manière mathématique, la position d'un point de l'axe optique et celle de son conjugué.

### 3 Relation de conjugaison d'un système centré dans les conditions de Gauss

Comme on l'a vu la plupart des systèmes optiques ne sont pas rigoureusement stigmatiques et le miroir plan fait figure d'exception. Cependant un système centré est approximativement stigmatique et aplanétique dans les conditions de Gauss. Il est donc possible d'établir une relation de conjugaison à condition de supposer que les rayons sont faiblement inclinés par rapport à l'axe optique.

#### En résumé

- Tracer la marche d'un rayon issu de l'objet  $A$  et arrivant sur le système optique sous une incidence  $i$  quelconque.
- Calculer la position  $A'$  du point d'intersection du rayon émergent et de l'axe optique dans l'hypothèse d'un angle  $i$  faible (c'est-à-dire dans les conditions de Gauss). Pour cela on utilisera les développements du premier ordre suivants pour tous les petits angles ( $\alpha \ll 1 \text{ rad}$ ) :

$$\sin \alpha \simeq \tan \alpha \simeq \alpha \quad \text{et} \quad \cos \alpha \simeq 1$$

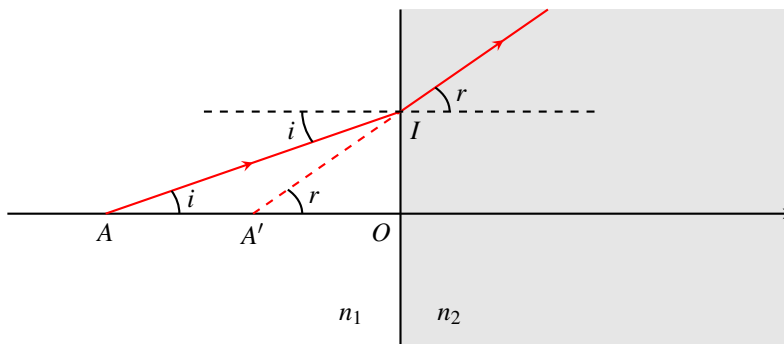
Dans les conditions de Gauss ce point  $A'$  est le conjugué de  $A$  par le système optique.

#### Exemple

Établir la relation de conjugaison d'un dioptre plan séparant deux milieux d'indices  $n_1$  et  $n_2$  quelconques.

#### ► Représentation schématique

On représente la situation en choisissant arbitrairement  $n_2 < n_1$  et en supposant qu'il n'y a pas réflexion totale (on se doute que  $i < I_{\text{tot}}$  dans les conditions de Gauss !). On note  $r$  l'angle de réfraction en  $I$ .



► **Position de  $A'$  dans les conditions de Gauss, relation de conjugaison du dioptre plan**

Si  $i$  et  $r$  sont les angles d'incidence et de réfraction en  $I$  alors  $\widehat{OAI} = i$  (angles alternes-internes) et  $\widehat{OA'I} = r$  (angles correspondants).

On exploite le fait que les triangles  $OAI$  et  $OA'I$  rectangles en  $O$  ont le côté  $OI$  en commun :

$$OI = OA \tan i = OA' \tan r \quad (1)$$

On applique la loi de la réfraction en  $I$  :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$  (2). Dans les conditions de Gauss les relations (1) et (2) deviennent :

$$\begin{cases} iOA = rOA' & (1') \\ n_1 i = n_2 r & (2') \end{cases}$$

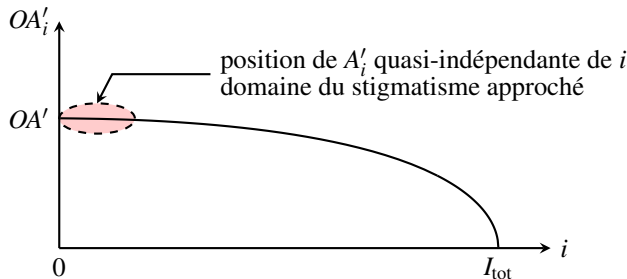
On fait disparaître les angles  $i$  et  $r$  en écrivant (1')/(2') et on obtient  $\frac{OA'}{n_2} = \frac{OA}{n_1}$ . Dans les conditions de Gauss la position de  $A'$  ne dépend pas de la valeur de  $i$ , **il y a stigmatisme**. Celui-ci n'est qu'approché puisqu'on a obtenu ce résultat en effectuant des approximations des sinus et des tangentes. On termine en écrivant cette relation en termes de distances algébriques. On reconnaît que  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  sont toutes les deux négatives donc  $\overline{OA} = -OA$  et  $\overline{OA'} = -OA'$ .

$$\boxed{\frac{\overline{OA}}{n_1} = \frac{\overline{OA'}}{n_2}}$$

Remarque : On peut justifier par le calcul que le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique. À partir des relations (1) et (2) on peut déterminer la position  $A'_i$  du point d'intersection entre le rayon émergent et l'axe optique pour un angle d'incidence  $i$  quelconque (inférieur toutefois à  $I_{\text{tot}}$  pour qu'il y ait réfraction).

$$OA'_i = OA \frac{\tan i}{\tan r} = OA \frac{\tan i}{\tan \left[ \arcsin \left( \frac{n_1}{n_2} \sin i \right) \right]}$$

La position de  $A'_i$  dépend de l'inclinaison du rayon incident. Tous les rayons émergents ne se croisent pas en un même point de l'axe optique, **le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique**. On représente ci-dessous l'allure de  $OA'_i$  en fonction de  $i$ , pour des valeurs de  $OA$ ,  $n_1$  et  $n_2 < n_1$  arbitraires.



**Application 1**

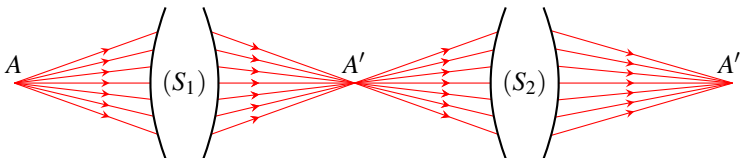
La relation de conjugaison du dioptre plan établie dans l'exemple précédent est valable quelque soient les valeurs de  $n_1$  et  $n_2$ . Faire une représentation schématique dans le cas  $n_1 > n_2$ . Où se forme l'image par rapport à l'objet ? Vérifier la cohérence avec la relation de conjugaison.

**Application 2**

Une source ponctuelle monochromatique  $A$  éclaire une vitre plane constituée d'un milieu d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$ , plongée dans l'air d'indice 1,00. On s'intéresse uniquement aux rayons qui traversent la vitre en se réfractant deux fois. On note  $A'$  l'image de  $A$  par la vitre dans les conditions de Gauss. Déterminer  $\overline{AA'}$ . On raisonnera sans utiliser la relation de conjugaison du dioptre plan.

## 4 Associations de systèmes optiques

Il arrive fréquemment qu'un instrument d'optique soit constitué de plusieurs systèmes (lentilles, miroirs, prismes) placés en cascade. On représente schématiquement le cas de deux systèmes optiques.



On constate que le point  $A'$  joue à la fois le rôle d'image pour  $(S_1)$  et d'objet pour  $(S_2)$  car les rayons émergents de  $(S_1)$  sont également des rayons incidents pour  $(S_2)$ .

Quand la lumière traverse plusieurs systèmes optiques successifs chaque point image pour un système constitue l'objet pour le système suivant.

$$A \xrightarrow{(S_1)} A' \xrightarrow{(S_2)} A''$$

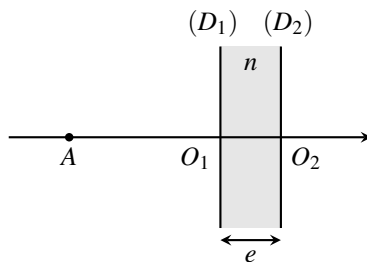
Cette propriété est valable quelque soit le nombre et la nature des systèmes optiques (centrés ou non).

**Exemple**

On reprend l'énoncé de l'application 2. Retrouver le résultat en admettant la relation de conjugaison du dioptre plan établie dans la partie 3.

► **Représentation schématique**

On note respectivement  $(D_1)$  et  $(D_2)$  le dioptre d'entrée et de sortie,  $O_1$  et  $O_2$  leur point d'intersection avec l'optique et  $A_1$  l'image intermédiaire de  $A$  par  $(D_1)$  :  $A \xrightarrow{(D_1)} A_1 \xrightarrow{(D_2)} A'$ .



► **Application des relations de conjugaison**

On écrit la relation de conjugaison du dioptre  $(D_1)$  puis du dioptre  $(D_2)$  :

$$\begin{cases} \overline{O_1 A} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{n} & (1) \\ \frac{\overline{O_2 A_1}}{n} = \overline{O_2 A'} & (2) \end{cases}$$

On utilise une relation de Chasles :  $\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 A_1} - e$ . On détermine alors la distance algébrique  $\overline{O_2 A'}$  :

$$\overline{O_2 A'} = \frac{\overline{O_1 A_1} - e}{n} = \overline{O_1 A} - \frac{e}{n}$$

On conclut :

$$\overline{AA'} = \overline{AO_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A'} = -\overline{O_1 A} + e + \overline{O_1 A} - \frac{e}{n} \iff \boxed{\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

**Application 3**

On modélise un périscope par l'association de deux miroirs plans  $(M_1)$  et  $(M_2)$  inclinés à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de visée. On note  $(\Delta)$  l'axe vertical passant par les centres des deux miroirs et  $H$  le décalage vertical de l'axe de visée.

On considère une source lumineuse ponctuelle en  $A$  située à une distance  $D$  de  $(\Delta)$ . Déterminer la position de l'image de  $A$  par le périscope puis calculer à quelle distance elle se trouve de  $(\Delta)$ .

