TP n°1 : Mesure de g

Objectifs : Ce TP est une introduction à la démarche expérimentale en CPGE. Bien qu'étant cadré (l'énoncé vous guide dans la marche à suivre), vous serez déjà confronté à des questions qui mettront en jeu votre sens physique et vos capacités d'analyse et de réflexion.

Les questions abordées en TP seront à chaque fois à mettre en lien avec une ou plusieurs des compétences liées au travaux pratiques (S'approprier, analyser, réaliser, valider, communiquer, être autonome et faire preuve d'initiative). Pour vous guider, l'énoncé vous rappelle à chaque question à quelle compétence elle renvoie. Cela vous permettra d'avoir rapidement une idée de la méthodologie à employer pour résoudre une problématique expérimentale.

Les TP seront régulièrement évalués (ce qui ne veut pas forcément dire notés!). À l'intérieur même d'un TP, il se pourra que seule une partie fasse l'objet d'une évaluation.

Par exemple, dans le TP d'aujourd'hui, on met l'accent sur l'élaboration du protocole, la recherche argumentée des différentes sources d'incertitudes (Analyser) ainsi que sur l'exploitation des mesures et l'analyse critique des résultats (Valider). Le tableau ci-dessous résume les *capacités* évaluées au cours de la séance, en lien avec les compétences associées. Tous les points cités ci-dessous doivent apparaître dans votre compte-rendu.

Élaborer le protocole (*Analyser*)
Faire la liste des sources d'incertitude (*Analyser*)
Évaluer les différentes incertitudes par une méthode de type A ou B (Réaliser)
Présentation du résultat de mesure (*Valider*)
Analyse critique du résultat obtenu (*Valider*)

Matériel :

- Pendule simple,
- Chronomètre,
- Règle graduée.

1 Introduction

Depuis 1687 et Newton, on sait que les objets s'attirent du fait de leur masse, selon la célèbre loi de la gravitation universelle énoncé par le physicien anglais. Grâce à celle-ci, Newton a calculé le champ de pesanteur créé par la Terre à sa surface. Sachant bien que la Terre tourne sur elle-même autour de l'axe des pôles, il a même prédit que la force centrifuge provoquée par cette rotation donnait à la Terre une forme d'ellipsoïde aplatie au niveau des pôles (on appelle cette surface le ***géoïde*** de référence), provoquant une célèbre controverse avec les partisans de Descartes, qui pensaient au contraire que la Terre était aplatie au niveau de l'équateur. Pour clore le débat, il fallut attendre le milieu du XVIII$^{\text{ème}}$ siècle et deux expéditions menées en Laponie et en Équateur pour y mesurer la longueur d'un degré d'arc de méridien. Les mesures donnèrent raison à Newton.

Aujourd'hui, la mesure du champ de pesanteur à la surface de la Terre (et en particulier de ses variations d'un point à l'autre de la surface) sert principalement aux géophysiciens à étudier l'organisation et la composition interne de la Terre. Différentes techniques de gravimétrie permettent d'obtenir des valeurs absolues (valeur directe de g) ou relatives (écart entre une valeur mesurée et une valeur de référence) du champ de pesanteur avec une précision relative pouvant atteindre 10^{-9}!

2 Mesure de g

L'objectif de cette partie consiste à estimer la valeur locale du champ de pesanteur terrestre g à l'aide d'un dispositif classique : un pendule simple de longueur ℓ. Les lois de la mécanique permettent de prédire l'évolution d'un tel système. Si le mouvement est plan et d'amplitude faible, il effectue des oscillations harmoniques de période :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

1) (*Analyser)* Proposer un protocole permettant de mesurer la valeur de g.

2) (*Analyser)* Déterminer les sources d'incertitude associées à votre mesurage (attention : il ne s'agit pas de dire : "il y a une incertitude sur telle ou telle grandeur", il faut expliquer **pourquoi** le mesurage produit de l'incertitude : lecture à l'œil nu d'un instrument gradué, utilisation d'un multimètre, utilisation d'un composant étalonné par exemple).

3) (*Réaliser)* Mettre en œuvre votre protocole et proposer, pour les grandeurs ℓ et T, une valeur avec son incertitude-type associée. Préciser pour chacune des deux s'il s'agit d'une estimation de type A ou de type B.

4) (*Réaliser)* Par un calcul d'incertitude-type composée, évaluer $u(g)$. Proposer enfin un résultat pour la mesure de g, en respectant les règles concernant les chiffres significatifs.

5) (*Valider)* Comparer le résultat obtenu à la valeur de référence en calculant l'écart normalisé. Conclure.

6) (*Valider)* Proposer des pistes pour améliorer le mesurage.

3 Mise en œuvre d'une méthode de Monte Carlo

Dans cette partie, nous allons voir une méthode alternative pour le calcul d'incertitude-type composée de $u(g)$. Il s'agit d'utiliser une méthode de Monte Carlo, c'est-à-dire une méthode numérique basée sur la simulation d'un grand nombre d'expériences.

Principe de la méthode

1ère étape : modéliser la dispersion des valeurs de ℓ et T

Il s'agit de formuler une hypothèse sur la dispersion des valeurs mesurées. À notre niveau, on se limitera à deux possibilités :

- pour toute grandeur dont on a estimé l'incertitude-type par une méthode de type A, on choisira une dispersion sous forme d'une loi normale.
- pour toute grandeur dont on a estimé l'incertitude-type par une méthode de type B, on choisira une dispersion sous forme d'une loi uniforme continue.

Illustrons sur l'exemple de ce TP :

- on a mesuré T par une méthode statistique ; le résultat est le suivant : $\overline{T} = 1{,}375\,\mathrm{s}$; $u(T) = 0{,}008\,\mathrm{s}$. On fait l'hypothèse d'une dispersion sous la forme d'une loi normale de moyenne $\mu = 1{,}375\,\mathrm{s}$ et d'écart-type $\sigma = 0{,}008\,\mathrm{s}$.
- on a mesuré la longueur du fil du pendule une seule fois et la valeur obtenue est $\ell = 47{,}25\,\mathrm{cm}$. Au vu des circonstances (règle tenue à main levée, difficulté à situer le centre d'inertie de la masse), on estime que l'on peut se tromper de $\pm 3\,\mathrm{mm}$. On modélise alors la distribution des valeurs par une loi uniforme continue d'intervalle $[46{,}95\,\mathrm{cm}, 47{,}55\,\mathrm{cm}]$.

2ème étape : utiliser Python pour simuler des tirages aléatoires

Dans un monde idéal, on pourrait estimer l'incertitude sur g en répétant l'expérience un très grand nombre de fois (100 000 par exemple!). Pour chaque valeur mesurée de ℓ et de T, on calculerait la valeur de g associée et on se retrouverait avec une liste de 100 000 valeurs. On estimerait alors $u(g)$ en calculant l'écart-type de cette liste. Avec une telle quantité de valeurs, l'estimation de $u(g)$ serait très fiable!

Bien entendu, on ne peut envisager de réaliser concrètement ce projet, mais il est possible de le simuler de manière informatique, en utilisant des tirages aléatoires! Voici un exemple de code :

```python
import numpy as np
T = np.random.normal(1.375, 0.008, 100000)
# tableau de 10^5 valeurs de T tirees aleatoirement selon une loi
# normale de moyenne 1.375 et d'ecart-type 0.008
l = 0.4695 + 0.006 * np.random.rand(100000)
# tableau de 10^5 valeurs de l tirees aleatoirement selon une loi
# uniforme continue dans l'intervalle [0.4695, 0.4755] (valeurs
# exprimees en metres)
g = 4 * np.pi ** 2 * l / T ** 2
# tableau des valeurs de g
u_g = np.std(g)
# calcul de l'ecart-type des valeurs de g
print(u_g)
```

```
0.12020785008859763
```

Pour information, voici l'allure des histogrammes obtenus pour T, ℓ et enfin g.