Corrigé DM4

Exercice 1 : Latitude de mise au point

1. Les lentilles sont accolées donc elles se comportent comme une lentille unique de vergence $V = V_1 + V_2$, c'est-à-dire de distance focale :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} \iff f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2'} = 12\,\mathrm{cm}$$

Puisque la mise au point s'effectue sur l'infini, le capteur doit se trouver dans le plan focal image de la lentille équivalente. Il faut donc $\boxed{D = 12\,\mathrm{cm}}$.

2. On représente symboliquement les deux relations de conjugaison successives : $A \xleftrightarrow{(\mathscr{L}_1)} A_1 \xleftrightarrow{(\mathscr{L}_2)} O$. On écrit la relation de Descartes pour $(\mathscr{L}_2)$:

$$\frac{1}{\overline{O_2O}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \quad \text{avec} \quad \overline{O_2O} = d = \frac{D}{10}$$

Ce qui nous permet de déterminer la position de l'image intermédiaire A_1 :

$$\overline{O_2A_1} = \frac{f_2' \times \frac{D}{10}}{f_2' - \frac{D}{10}} = \frac{f_2' D}{10 f_2' - D} = \frac{(-6) \times 12}{10 \times (-6) - 12} = 1\,\mathrm{cm}$$

On écrit la relation de Descartes pour $(\mathscr{L}_1)$:

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{avec} \quad \overline{O_1A_1} = \overline{O_1O} + \overline{OO_2} + \overline{O_2A_1} = D - \frac{D}{10} + \overline{O_1A_1} = \frac{9D}{10} + \overline{O_2A_1} = 11{,}8\,\mathrm{cm}$$

Ce qui nous permet de déterminer la position de l'objet A :

$$\overline{O_1A} = \frac{f_1' \times \overline{O_1A_1}}{f_1' - \overline{O_1A_1}} = \frac{4 \times 11{,}8}{4 - 11{,}8} = -6{,}1\,\mathrm{cm}$$

La distance minimale de mise au point vaut 6,1 cm.

3. On résume les relations de conjugaison successives, dans le cas où la mise au point s'effectue sur l'infini : $A_\infty \xleftrightarrow{(\mathscr{L}_1)} F_1' \xleftrightarrow{(\mathscr{L}_2)} O$. La mise au point se fait à l'infini si F_1' est conjugué avec O par la lentille $(\mathscr{L}_2)$. D'après la relation de Descartes pour $(\mathscr{L}_2)$:

$$\frac{1}{\overline{O_2O}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{f_2'}$$

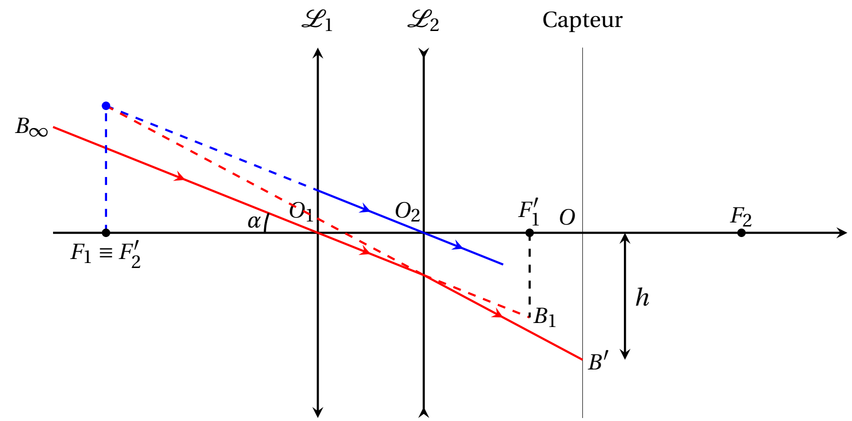
avec $\overline{O_2O} = d_\infty$ et $\overline{O_2F_1'} = \overline{O_2O} + \overline{OO_1} + \overline{O_1F_1'} = d_\infty - D + f_1'$. En simplifiant l'expression, on montre que d_∞ est solution d'une équation du deuxième degré :

$$d_\infty^2 + \left(f_1' - D\right) d_\infty - \left(f_1' - D\right) f_2' = 0$$

dont le discriminant vaut $\Delta = \left(f_1' - D\right)^2 + 4 f_2' \left(f_1' - D\right) > 0$. L'équation possède deux solutions mais une seule est positive (la seule solution physiquement intéressante car $(\mathscr{L}_2)$ doit se trouver devant le capteur). On trouve :

$$\boxed{d_\infty = \frac{1}{2}\left[D - f_1' + \sqrt{\left(D - f_1'\right)\left(D - f_1' - 4 f_2'\right)}\right] = 3\,\mathrm{cm}}$$

4.



5. Pour déterminer la taille de l'image finale, on commence par déterminer la taille $h_1 = A_1B_1$ de l'image intermédiaire. Puisque l'objet est à l'infini, l'image intermédiaire est dans le plan focal image de $(\mathscr{L}_1)$ et $h_1 = \alpha f_1'$.

Ensuite, on calcule h avec le grandissement de la lentille $(\mathscr{L}_2)$, dont on voit d'après la figure qu'il est positif :

$$h = \gamma_2 h_1 = \frac{f_2'}{\overline{F_2F_1'}} \times \alpha f_1'$$

avec $\overline{F_2F_1'} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2O} + \overline{OO_1} + \overline{O_1F_1'} = f_2' + d_\infty - D + f_1'$ d'où $\boxed{h = \frac{f_1' f_2'}{d_\infty + f_1' + f_2' - D}\alpha}$.

6. $\boxed{V = \frac{\alpha}{h} = \frac{d_\infty + f_1' + f_2' - D}{f_1' f_2'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} + \frac{d_\infty - D}{f_1' f_2'}}$. On remarque que $d_\infty - D = \overline{O_2O} - \overline{O_1O} = \overline{O_2O_1} = -e$.

Le résultat est conforme avec la formule de Gullstrand : $\boxed{V = V_1 + V_2 - eV_1V_2}$.

l'AN donne $\boxed{V = 16{,}7\,\delta}$.