

# Colle n°5

## NOMBRES COMPLEXES

### I Corps des nombres complexes

1. Forme algébrique d'un nombre complexe
2. Opérations dans  $\mathbb{C}$
3. Représentation géométrique des nombres complexes
4. Conjugaison

### II Forme trigonométrique d'un nombre complexe

1. Module d'un nombre complexe
2. Nombres complexes de module 1
3. Arguments d'un nombre complexe non nul

### III Application à la trigonométrie

1. Expression de  $\cos n\theta$  et  $\sin n\theta$  en fonction de  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$
2. Linéarisation de  $\cos^n \theta$  et de  $\sin^n \theta$
3. Transformation de  $a \cos x + b \sin x$  en  $A \cos(x - \varphi)$
4. Factorisation de  $1 + e^{i\theta}$  et de  $e^{ia} + e^{ib}$
5. Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos kx$  et de  $\sum_{k=0}^n \sin kx$

### IV Équations dans $\mathbb{C}$

1. Racines  $n^e$  de l'unité
2. Équation  $z^n = a$  ( $a \in \mathbb{C}$ )
3. Cas particulier : racines carrées
4. Équation du second degré à coefficients complexes

### V Exponentielle complexe

1. Définition
2. Propriétés

### VI Nombres complexes et géométrie

1. Angle orienté de deux vecteurs
2. Alignement et orthogonalité

### Questions de cours :

- 1) Inégalité triangulaire (sans le cas d'égalité) (proposition 11 page 6)
- 2) Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos kx$  et de  $\sum_{k=0}^n \sin kx$  (proposition 17 page 11).
- 3) Racines  $n^e$  de l'unité : résolution de  $z^n = 1$  (pages 11-12).
- 4) Équation du second degré à coefficients complexes (proposition 21 page 14).