Devoir n°6 (non surveillé)

EXERCICE 1

Calculer les dérivées des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x \ ; \ g(x) = x^2 e^x \ ; \ h(x) = \ln \frac{1+2x}{2-x} \ ; \ i(x) = x^{\frac{1}{x}} \ ; \ j(x) = \sqrt{\sin x}$$

$$k(x) = \mathrm{ch}^3(x) \ ; \ \ell(x) = \mathrm{ch}(x^3) \ ; \ m(x) = \mathrm{ch}(\mathrm{ch}(\mathrm{ch}(x))) \ ; \ n(x) = \mathrm{Arcsin}(\tan x).$$

On précisera leurs ensembles de dérivabilité (en justifiant rapidement) et on s'efforcera de mettre les résultats sous une forme qui permettrait ensuite d'étudier facilement leurs signes (mais cette étude n'est pas demandée).

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \cos(3x)\cos^3(x).$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Étudier la parité de f et montrer que f est π-périodique. Expliquer alors pourquoi il suffit d'étudier f sur l'intervalle $[0, \pi/2]$ pour tracer $\mathcal{C}$.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x) = -3\cos^2(x)\sin(4x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0, \pi/2]$.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

4) Tracer $\mathcal{C}$.

5) Calculer $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ (on pourra linéariser $f(x)$).

Devoir n°6 (non surveillé)

EXERCICE 1

Calculer les dérivées des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x \ ; \ g(x) = x^2 e^x \ ; \ h(x) = \ln \frac{1+2x}{2-x} \ ; \ i(x) = x^{\frac{1}{x}} \ ; \ j(x) = \sqrt{\sin x}$$

$$k(x) = \mathrm{ch}^3(x) \ ; \ \ell(x) = \mathrm{ch}(x^3) \ ; \ m(x) = \mathrm{ch}(\mathrm{ch}(\mathrm{ch}(x))) \ ; \ n(x) = \mathrm{Arcsin}(\tan x).$$

On précisera leurs ensembles de dérivabilité (en justifiant rapidement) et on s'efforcera de mettre les résultats sous une forme qui permettrait ensuite d'étudier facilement leurs signes (mais cette étude n'est pas demandée).

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \cos(3x)\cos^3(x).$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Étudier la parité de f et montrer que f est π-périodique. Expliquer alors pourquoi il suffit d'étudier f sur l'intervalle $[0, \pi/2]$ pour tracer $\mathcal{C}$.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x) = -3\cos^2(x)\sin(4x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0, \pi/2]$.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

4) Tracer $\mathcal{C}$.

5) Calculer $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ (on pourra linéariser $f(x)$).