SUIS-JE AU POINT ?

Chapitre 7 : Cinématique

Une information utile, mais pas à mémoriser par cœur.

Une définition/formule à connaître PAR CŒUR.

Un savoir-faire à acquérir.

TD Un exercice du TD pour s'entraîner.

1 Repérage d'un point dans l'espace et le temps

1.1 Référentiel

Un référentiel est un **solide** de référence par rapport auquel on étudie un mouvement.

1.2 Base orthonormée directe

Définir un **vecteur unitaire** (*vecteur sans dimension de norme égale à 1*), une **base orthonormée** (*famille de vecteurs unitaires orthogonaux les uns aux autres*).

Sur un exemple donné de base orthonormée, utiliser la règle des trois doigts **de la main droite** afin de déterminer si celle-ci est directe ou indirecte.
OU ALORS étant donnés deux vecteurs de base, déterminer la direction et le sens du troisième pour que la base soit **orthonormée** et **directe**.

1.3 Repère

Un repère est un outil mathématique constitué :

- d'une origine (point fixe du référentiel d'étude),
- d'une base orthonormée directe.

Un repère permet :

- de définir la position d'un objet,
- de **projeter** tout vecteur, c'est-à-dire d'associer à chaque vecteur des **coordonnées**.

La coordonnée d'un vecteur $\vec{A}$ selon un vecteur de base se calcule à l'aide d'un **produit scalaire**. Par exemple : $A_x = \vec{A} \cdot \vec{u}_x$.

Projeter un vecteur dans une base orthonormée à deux dimensions (savoir quand écrire $\pm \cos\theta$ ou $\pm \sin\theta$).

TD Projection dans une base orthonormée : exercices 1 et 4.

1.4 Angle orienté

En s'appuyant sur une base othonormée, on peut définir par convention le sens positif d'un angle orienté plan en utilisant la règle de la main droite.

1.5 Vecteur position

Définir le **vecteur position** d'un point P de l'espace, dans un repère orthonormé ($\vec{r} = \overrightarrow{OP}$).

1.6 Vecteur vitesse

Définir le **vecteur vitesse instantanée** d'un objet ponctuel P en mouvement, dans un repère orthonormé $\left(\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right)$.

Un vecteur vitesse instantanée est toujours **tangent à la trajectoire**.

Un mouvement est **uniforme** si et seulement si la **norme** $\|\vec{v}\|$ se conserve au cours du temps.

Un mouvement est **rectiligne et uniforme** si et seulement si le **vecteur** $\vec{v}$ se conserve au cours du temps.

1.7 Vecteur accélération

Définir le **vecteur accélération** d'un objet ponctuel P en mouvement, dans un repère orthonormé $\left(\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}\right)$.

1.8 Cinématique galiléenne

1.8.1 Postulat du temps absolu

Le temps s'écoule de la même manière dans tous les référentiels. C'est une approximation valable tant que l'on est hors du cadre de la relativité restreinte (on parle de mécanique "classique"), c'est-à-dire pour des corps dont la vitesse est faible devant c.

1.8.2 Postulat de la distance absolue

La distance entre deux points de l'espace ne dépend pas du référentiel. C'est encore une approximation valable tant que l'on est hors du cadre de la relativité restreinte.

2 Systèmes de coordonnées

Représenter sur un schéma le repère cartésien. Indiquer les coordonnées et les vecteurs de base. Même chose pour le repère cylindrique.
Remarque : On appelle *repère polaire* le repère cylindrique "sans l'axe (Oz)", c'est un repère à deux dimensions. Les *coordonnées polaires* sont (r, θ) et la *base polaire* $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

Donner sans démonstration l'expression de la dérivée temporelle des vecteurs unitaires polaires $\left(\frac{\mathrm{d}\vec{u}_r}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{d}\vec{u}_\theta}{\mathrm{d}t} = -\dot{\theta}\vec{u}_r\right)$.

Exprimer, dans chacun de ces systèmes de coordonnées, les vecteurs cinématiques : $\vec{r}$,$\vec{v}$,$\vec{a}$.

TD expression d'un vecteur vitesse, accélération : exercices 2, 3, 5, 7, 8, 9.

3 Applications

3.1 Mouvement uniformément accéléré

Avant d'étudier un mouvement, il faut définir **clairement** le repère (et donc le système de coordonnées) utilisé, sans oublier de **placer son origine** et éventuellement de choisir **l'origine des temps**. Pour un mouvement uniformément accéléré, les coordonnées **cartésiennes** sont généralement les plus adaptées.

Projeter un vecteur accélération dans une base cartésienne adaptée puis intégrer deux fois par rapport au temps pour déterminer la trajectoire du solide (position en fonction du temps).

TD Mouvement uniformément accéléré : exercices 3, 5.

3.2 Mouvement circulaire

Pour un mouvement circulaire, les coordonnées **polaires** sont les plus adaptées.

Exprimer dans la base polaire le vecteur vitesse et le vecteur accélération, dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme. Justifier que l'accélération est centripète. Montrer que l'accélération s'écrit : $\vec{a} = -\frac{\|\vec{v}\|^2}{R}\vec{u}_r$, avec R le rayon de la trajectoire.

TD Mouvement circulaire : exercice 7.

4 Mouvement plan quelconque : repère de Frenet

✍ La trajectoire plane d'un mobile étant donnée, représenter en un point de cette trajectoire les vecteurs de la base de Frenet $(\vec{u}_n, \vec{u}_t)$, le cercle osculateur, le centre de courbure, le rayon de courbure.

♥ Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération dans la base de Frenet en fonction de $\|\vec{v}\|$ et du rayon de courbure R (pas de démo).

✍ Sur un schéma, représenter qualitativement la direction des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ en un point d'une trajectoire, en utilisant la base de Frenet (pour un mouvement uniforme, accéléré ou décéléré).

TD Base de Frenet, rayon de courbure : exercices 2, 9.