

# SUIS-JE AU POINT ?

## Chapitre 10 : Énergétique

💡 Une information utile, mais pas à mémoriser par cœur.

♥ Une définition/formule à connaître PAR CŒUR.

✍ Un savoir-faire à acquérir.

TD Un exercice du TD pour s'entraîner.

## 1 Théorème de l'énergie cinétique

### 1.1 Travail d'une force

#### 1.1.1 Travail élémentaire

♥ Définir le travail élémentaire d'une force  $\vec{F}$  qui s'exerce sur un système mécanique au cours d'un déplacement élémentaire  $d\vec{r}$ .

💡 La force est **motrice** si elle est orientée dans le sens du mouvement du système ( $\delta W > 0$ ). Elle est **résistante** si elle s'oppose au mouvement ( $\delta W < 0$ ). Elle ne travaille pas si elle est orthogonale au mouvement ( $\delta W = 0$ ).

#### 1.1.2 Travail fini entre deux points d'une trajectoire

♥ Donner l'expression du travail d'une force  $\vec{F}$ , entre deux points A et B d'une trajectoire ( $\mathcal{C}$ ) suivi par un point matériel.

### 1.2 Puissance d'une force

♥ Définir la puissance d'une force  $\vec{F}$ .

### 1.3 Théorème de la puissance et de l'énergie cinétique

♥ Énoncer le théorème de la puissance cinétique et le théorème de l'énergie cinétique (ne pas oublier de préciser qu'ils s'appliquent uniquement **dans un référentiel galiléen**).

💡 La variation de l'énergie cinétique d'un point matériel au cours de son mouvement dépend des travaux de **toutes les forces extérieures** (conservatives et non conservatives).

💡 Une force motrice contribue à faire augmenter l'énergie cinétique, une force résistante à la faire diminuer. Une force qui ne travaille ne contribue pas à modifier l'énergie cinétique.

✍ À partir du PFD, établir le théorème de la puissance cinétique pour un point matériel en mouvement puis établir le théorème de l'énergie cinétique.

💡 Le PFD et le TEC sont deux outils différents mais équivalents. Pour étudier le mouvement d'un point matériel, on aura **toujours le choix** d'utiliser soit l'un, soit l'autre.

Le TEC est très pratique dès lors que l'on veut déterminer une relation entre **la vitesse du système et sa position**.

TD Mettre en œuvre le TEC : exercices 1,3,5.

TD Mettre en œuvre le TPC : exercice 6.

## 2 Force conservative, énergie potentielle

### 2.1 Opérateur gradient

Si  $f(\vec{r})$  est une fonction dépendant des coordonnées d'espace alors, suite à un déplacement élémentaire  $d\vec{r}$ , la fonction varie de  $df = \text{grad } f \cdot d\vec{r}$ , avec  $df = f(\vec{r} + d\vec{r}) - f(\vec{r})$ .

## 2.2 Définitions

♥ Définir ce qu'est une force conservative (*une force à laquelle on peut associer une fonction **énergie potentielle**  $E_p(\vec{r})$ , qui dépend de la **position du système**, et qui est telle que :  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$* ).

💡 Une énergie potentielle est toujours définie à **une constante près**, qui peut être choisie arbitrairement. Autrement dit, on peut décider arbitrairement d'un lieu qui sert de **référence** pour l'énergie potentielle (c'est-à-dire l'endroit où l'énergie potentielle est choisie nulle).

TD Montrer qu'une force est conservative/exprimer une énergie potentielle : exercice 2.

## 2.3 Travail d'une force conservative

💡 Le travail d'une force conservative entre deux points A et B d'une trajectoire **est indépendant du chemin suivi** entre ces deux points.

♥ Énoncer la relation entre la variation d'énergie potentielle d'un système, entre deux points A et B d'une trajectoire, et les travaux des forces conservatives.

## 2.4 Énergie potentielle de pesanteur

♥ Connaître l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur pour un mouvement décrit à l'aide d'un axe (Oz) vertical ascendant ou descendant (attention au signe!).

📎 Établir l'expression de cette énergie potentielle, le gradient étant fourni.

## 2.5 Énergie potentielle élastique

♥ Connaître l'expression générale de l'énergie potentielle élastique en fonction de la longueur du ressort.

📎 Établir l'expression de cette énergie potentielle **dans le cas 1D uniquement**, le gradient étant fourni.

## 2.6 Forces non conservatives

💡 Une force est conservative si **elle dépend uniquement de la position du système**.

💡 Une force qui dépend de la vitesse (frottements fluide, réaction tangentielle) ou de l'accélération (réaction normale, tension d'un fil) sont **non conservatives**. Leur travail entre deux points A et B dépend du chemin suivi.

💡 Une force qui est orthogonale au mouvement à tout instant ne travaille pas (réaction normale d'un support, tension du fil d'un pendule simple).

# 3 Énergie mécanique

## 3.1 Définition

♥ Définir l'énergie mécanique d'un système en mouvement.

## 3.2 Théorème de l'énergie mécanique

♥ Énoncer le théorème de l'énergie mécanique et de la puissance mécanique.

💡 La variation de l'énergie mécanique d'un point matériel au cours de son mouvement dépend uniquement des travaux des **forces non conservatives**.

## 3.3 Conservation de l'énergie mécanique

💡 La conservation de l'énergie mécanique permet d'écrire une **intégrale première du mouvement** (c'est-à-dire une équation qui, quand on la dérive par rapport au temps, permet d'obtenir l'équation du mouvement).

💡 La conservation de l'énergie mécanique est couramment utilisée pour :

- déterminer une relation entre vitesse et position,
- déterminer la position du système pour laquelle la vitesse s'annule.

📎 Trouver la hauteur d'un lancer vertical sans frottement à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique (après l'avoir justifié).

📎 Établir une intégrale première du mouvement et la dériver par rapport au temps pour obtenir une équation différentielle du second ordre.

TD Mettre en œuvre la conservation de l'énergie mécanique : exercices 2,5,8,9.

## 4 Mouvement d'un système conservatif à un degré de liberté dans un champ d'énergie potentielle

### 4.1 Lecture d'un graphe d'énergie potentielle

 Sur un diagramme d'énergie potentielle fourni, la valeur de l'énergie mécanique étant connue, identifier les positions d'équilibre et les points d'arrêt. En un point quelconque, représenter l'énergie cinétique, et déterminer le sens de la force qui s'exerce sur le système. Comparer l'intensité de la force en deux points distincts (*L'intensité de la force est proportionnelle à la pente de  $E_p(x)$  en valeur absolue*).

### 4.2 Zones interdites

 Les seuls points de l'espace qui peuvent *éventuellement* être atteint par le système sont ceux pour lesquels  $E_p \leq E$ . Les autres se trouvent dans des  **ZONES INTERDITES** 

 Sur un diagramme d'énergie potentielle fourni, la valeur de l'énergie mécanique étant connue, identifier les zones interdites.

### 4.3 Puits de potentiel

 Dans un puits de potentiel, le mouvement est **borné** et **périodique**.

 Connaître l'expression générale de l'énergie potentielle pour un puits **harmonique** ( $E_p(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2(x - x_0)^2 + \text{Cste}$ , où  $x_0$  est la position d'équilibre).

### 4.4 Position d'équilibre, stabilité

 Une position d'équilibre mécanique correspond à un **extremum** d'énergie potentielle.

 Une position d'équilibre **stable** correspond à un **minimum** d'énergie potentielle. Une position d'équilibre **instable** à un **maximum** d'énergie potentielle

 Faire le lien entre le caractère stable ou instable d'une position d'équilibre et le signe de la dérivée seconde de l'énergie potentielle en ce point.

TD Positions d'équilibre et stabilité : exercices 4,7.

### 4.5 Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable

#### 4.5.1 Développement d'une fonction en série de Taylor

 Au voisinage de  $x_0$ , toute fonction  $f(x)$  (supposée continue et infiniment dérivable en ce point) peut être approchée par un polynôme de degré arbitraire (plus le degré du polynôme est élevé et meilleure est l'approximation).

Le développement de Taylor à l'ordre  $n$  de la fonction  $f$  donne l'expression du polynôme de degré  $n$  qui approche le mieux la fonction  $f$  au voisinage de  $x_0$ .

 Savoir écrire un développement de Taylor **à l'ordre 2** (la formule étant fournie).

#### 4.5.2 Cas de la fonction énergie potentielle

 Pour étudier un système mécanique qui a un mouvement de petite amplitude autour d'une position d'équilibre stable, on approche la fonction  $E_p(x)$  par son **développement de Taylor à l'ordre 2**. Celui-ci est analogue à l'énergie potentielle d'un **oscillateur harmonique**.

On en déduit que **tout mouvement de petite amplitude autour d'une position d'équilibre stable est (approximativement) un mouvement d'oscillations harmoniques**.

TD Mouvements autour d'une position d'équilibre stable : exercices 4,7.

#### 4.5.3 Équation approchée du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre stable

 À partir du développement à l'ordre 2 de  $E_p(x)$ , calculer la force  $F_x(x)$  qui s'exerce sur le système puis montrer que l'équation du mouvement est celle d'un oscillateur harmonique. En déduire la pulsation des petites oscillations.

TD Équation du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre stable : exercice 4.