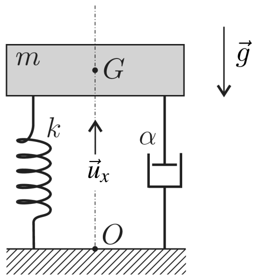
# DM de physique n° 13

## Exercice : Oscillateur mécanique




Un oscillateur est constitué d'une masse $m$ dont le centre d'inertie $G$ est repéré par la position $x$ dans le référentiel galiléen $(O,\vec{u}_x)$ – voir figure ci-contre. L'origine $O$ se situe au niveau du sol. L'oscillateur est relié à un support fixe par l'intermédiaire d'un ressort linéaire de raideur $k$ et de longueur à vide $\ell_0$ ainsi que d'un amortisseur linéaire de viscosité $\alpha$, exerçant sur $m$ une force de frottement $\vec{F}_f = -\alpha\dot{x}\vec{u}_x$, avec $\alpha > 0$. À tout instant $t$, on assimile la distance $OG$ à la longueur $\ell(t)$ du ressort. L'ensemble est soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}= -g\vec{u}_x$.

**1.** Déterminer la position $\tilde{x}$ de $G$ à l'équilibre.

**2.** Établir l'équation différentielle $\ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$ dans laquelle on a introduit la fonction $X(t) = x(t) - \tilde{x}$. On précisera les expressions de $\omega_0$ et $\xi$. Déterminer quel est le régime d'amortissement selon la valeur de $\xi$.

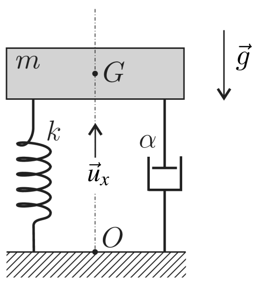
**3.** Le système est mis en vibration par des conditions initiales $X(0) = X_0$ et $\dot{X}(0) = V_0$. Déterminer la solution en fonction de $\omega_0$, $\xi$, $\omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$, $X_0$, $V_0$ et $t$ pour le cas $0 < \xi < 1$ et préciser son comportement.

**4.** On suppose qu'un moteur est relié la masse et exerce sur elle une force proportionnelle au vecteur vitesse que l'on écrit $\vec{F}_v = \beta\dot{x}\vec{u}_x$, avec $\beta > 0$. Que se passe-t-il si $\beta$ est légèrement supérieur à $\alpha$ ?

PCSIA à rendre pour le 13/01/2025

# DM de physique n° 13

## Exercice : Oscillateur mécanique




Un oscillateur est constitué d'une masse $m$ dont le centre d'inertie $G$ est repéré par la position $x$ dans le référentiel galiléen $(O,\vec{u}_x)$ – voir figure ci-contre. L'origine $O$ se situe au niveau du sol. L'oscillateur est relié à un support fixe par l'intermédiaire d'un ressort linéaire de raideur $k$ et de longueur à vide $\ell_0$ ainsi que d'un amortisseur linéaire de viscosité $\alpha$, exerçant sur $m$ une force de frottement $\vec{F}_f = -\alpha\dot{x}\vec{u}_x$, avec $\alpha > 0$. À tout instant $t$, on assimile la distance $OG$ à la longueur $\ell(t)$ du ressort. L'ensemble est soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}= -g\vec{u}_x$.

**1.** Déterminer la position $\tilde{x}$ de $G$ à l'équilibre.

**2.** Établir l'équation différentielle $\ddot{X} + 2\xi\omega_0\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$ dans laquelle on a introduit la fonction $X(t) = x(t) - \tilde{x}$. On précisera les expressions de $\omega_0$ et $\xi$. Déterminer quel est le régime d'amortissement selon la valeur de $\xi$.

**3.** Le système est mis en vibration par des conditions initiales $X(0) = X_0$ et $\dot{X}(0) = V_0$. Déterminer la solution en fonction de $\omega_0$, $\xi$, $\omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$, $X_0$, $V_0$ et $t$ pour le cas $0 < \xi < 1$ et préciser son comportement.

**4.** On suppose qu'un moteur est relié la masse et exerce sur elle une force proportionnelle au vecteur vitesse que l'on écrit $\vec{F}_v = \beta\dot{x}\vec{u}_x$, avec $\beta > 0$. Que se passe-t-il si $\beta$ est légèrement supérieur à $\alpha$ ?