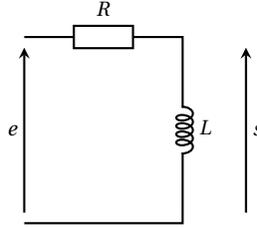


# TD14 : Filtrage linéaire

## ★ Exercice 1 : Étude d'un filtre

On étudie le filtre ci-contre avec  $R = 270\Omega$  et  $L = 86\text{ mH}$ .

- Déterminer sans calcul la nature du filtre.
- Exprimer sa fonction de transfert et calculer sa fréquence de coupure.
- Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase.
- Ce filtre présente-t-il un caractère intégrateur/dérivateur ? Si oui préciser dans quel domaine de fréquences.
- On alimente le filtre avec la tension  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$  de fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi} = 100\text{ Hz}$  et d'amplitude  $E_m = 5\text{ V}$ . Déterminer numériquement le signal de sortie  $s(t)$ .
- On alimente le filtre avec une tension triangulaire de fréquence  $f = 20\text{ Hz}$  d'amplitude  $E_m = 3\text{ V}$ , de moyenne  $E_0 = 3\text{ V}$ . Tracer l'allure du signal de sortie. Même question si  $f = 10\text{ kHz}$ .  
(★★) Calculer l'amplitude du signal de sortie dans le cas  $f = 20\text{ Hz}$ .
- (★★) On souhaite que les signaux de fréquence inférieure à  $100\text{ Hz}$  soient atténués d'au moins  $40\text{ dB}$ . L'inductance  $L$  étant fixée à  $86\text{ mH}$ , quelle valeur minimale de  $R$  permet de remplir ce cahier des charges ?



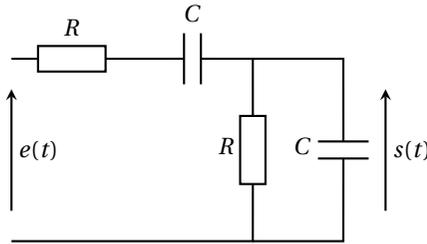
## ★ Exercice 2 : Filtre de Wien

On étudie le comportement du filtre ci-contre.

- Quelle est la nature du filtre ?
- Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

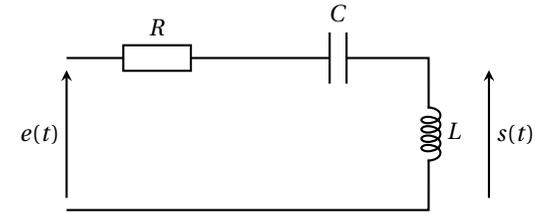
et identifier  $H_0$ ,  $\omega_0$  et  $Q$ . Peut-on qualifier ce filtre de très sélectif ? Justifier.



- Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase.
- On suppose que la fréquence propre est égale à  $10\text{ kHz}$ . On envoie en entrée du filtre un signal  $e(t) = 6\cos(2 \cdot 10^4 \pi t) + 3\cos(2 \cdot 10^5 \pi t)$  avec  $e$  en V et  $t$  en s. Déterminer numériquement le signal de sortie  $s(t)$ .
- (★★) On souhaite que le filtre atténue d'au moins  $50\text{ dB}$  les signaux de fréquence supérieure à  $10f_0$  et inférieure à  $f_0/10$ . Ce filtre remplit-il le cahier des charges ? Si l'on pouvait choisir librement le facteur de qualité quelle valeur minimale permettrait de respecter ces contraintes ? On suppose que  $H_0$  a toujours la valeur déterminée à la question 2.

## ★ Exercice 3 : Filtre RLC série

On réalise le filtre RLC série ci-dessous :

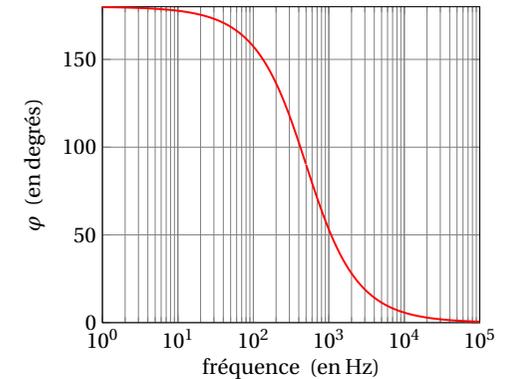
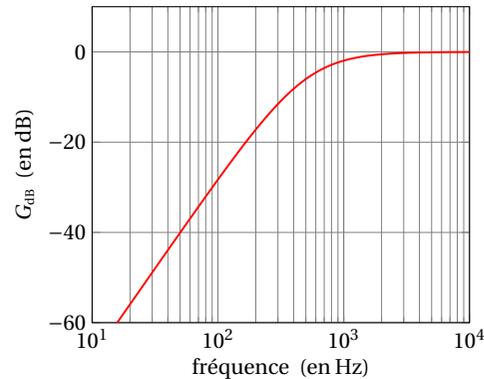


- Quelle est la nature de ce filtre ?
- Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut s'exprimer sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\omega_0}{j\omega Q} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}$$

Exprimer  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ . Quel est l'ordre de ce filtre ?

On représente ci-dessous le diagramme de Bode (gain et phase) du filtre.

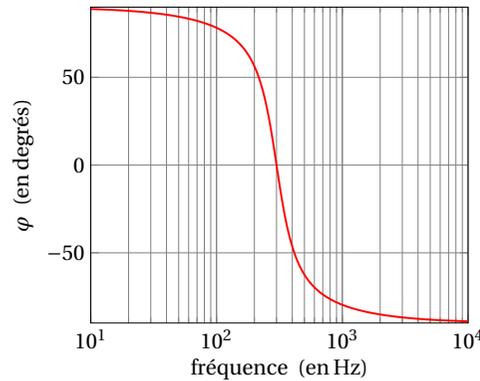
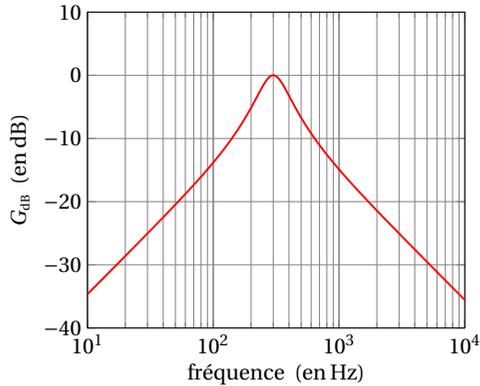


- Vérifier que le comportement asymptotique (valeurs limites, pentes) est cohérent avec la fonction de transfert calculée à la question précédente.
- Exprimer le gain et la phase du filtre à la pulsation  $\omega_0$ . En déduire les valeurs de la fréquence propre du circuit et du facteur de qualité par lecture graphique.
- On envoie en entrée du filtre un signal  $e(t) = 5\cos(2\pi \cdot 100t)$  (avec  $e$  en V et  $t$  en s). Déterminer numériquement le signal de sortie  $s(t)$ .
- On envoie en entrée du filtre un signal rectangulaire de fréquence  $f = 100\text{ kHz}$  de valeur moyenne  $\langle e(t) \rangle = 3\text{ V}$ . Déterminer l'allure du signal de sortie  $s(t)$ .

# TD14 : Filtrage linéaire

## ★ Exercice 4 : Analyse d'un diagramme de Bode

On étudie un filtre constitué d'un condensateur de capacité  $C$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et d'un résistor de résistance  $R$  associés en série. Le diagramme de Bode en gain et en phase de ce filtre est représenté ci-dessous :

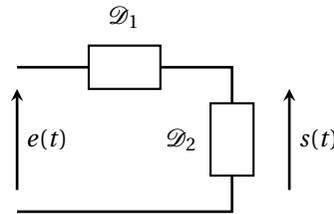


À partir de la lecture du diagramme de Bode :

- Justifier la nature de ce filtre et représenter le schéma du circuit.
- Évaluer la fréquence de résonance, les fréquences de coupure et le facteur de qualité.
- Sachant que  $R = 100\Omega$ , calculer  $L$  et  $C$ .

## ★★ Exercice 5 : Filtre mystère

Un quadripôle est constitué de deux dipôles  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$ , et contient une résistance  $R$ , une bobine  $L$  et un condensateur  $C$ . On relie tout d'abord l'entrée à une source idéale de tension de force électromotrice  $E_0 = 15,0V$  et on mesure au bout d'un temps très long un courant  $I_0 = 15,0mA$ .

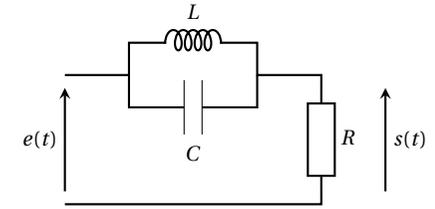


On remplace le générateur continu par un générateur sinusoïdal et on observe que : on est en présence d'un filtre passe-bande (gain maximal pour une fréquence  $f_0 = 1,16kHz$ ), de bande passante  $\Delta f = 340Hz$ .

- Montrer que le condensateur ne peut pas être en série.
- Identifier  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$ , ainsi que les valeurs numériques des composants.
- On envoie en entrée un signal rectangulaire. Déterminer l'allure du signal de sortie selon que la fréquence est très grande ou très petite.
- Idem pour un signal triangle.

## ★★ Exercice 6 : Circuit anti-résonant

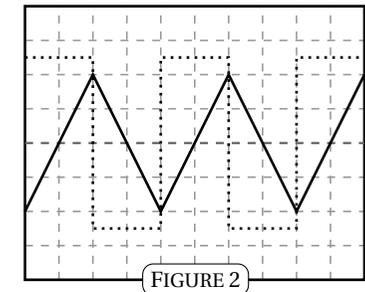
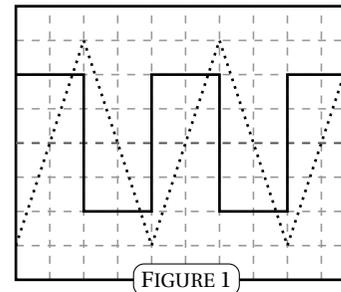
Déterminer le comportement du filtre en BF et HF. Quelle pourrait être sa nature ? Montrer que le gain s'annule pour une fréquence particulière et déterminer la largeur de la bande de fréquence pour laquelle les signaux sont coupés par le filtre (c'est-à-dire tels que  $G < G_{max}/\sqrt{2}$ ).



## ★★★ Exercice 7 : Analyse d'un filtre

On étudie le comportement d'un filtre RLC série à l'aide d'un GBF et d'un oscilloscope bicourbe. Les oscillogrammes ci-dessous représentent l'allure du signal d'entrée (voie 1, en traits continus) et du signal de sortie correspondant (voie 2, en traits pointillés), pour deux fréquences différentes.

- sur le graphe de la figure 1, les sensibilités verticales sont de 2V/div sur la voie 1 et de 50mV/div sur la voie 2. La sensibilité horizontale est de 5µs/div,
- sur le graphe de la figure 2, les sensibilités verticales sont de 2V/div sur la voie 1 et de 5mV/div sur la voie 2. La sensibilité horizontale est de 5ms/div.



- Quelle est la nature du filtre ? Tracer le schéma du circuit en indiquant comment sont branchées les voies d'entrée de l'oscilloscope.
- Justifier l'allure des deux oscillogrammes en donnant notamment une expression approchée de la relation entre  $s(t)$  et  $e(t)$  dans chaque cas.
- Calculer les valeurs de la fréquence propre et du facteur de qualité.

## Solutions :

**Ex1** : 1. passe-haut 2.  $f_c = 500Hz$  5.  $S_m = 0,98V$  et  $\varphi_s = 79^\circ$  6.  $S_m = 76mV$  7.  $R_{min} = 5,4k\Omega$ .

**Ex2** : 1. passe-bande 2.  $H_0 = \frac{1}{3}$   $\omega_0 = \frac{1}{RC}$   $Q = \frac{1}{3}$   
4.  $s(t) = 2 \cos(2 \cdot 10^4 \pi t) + 0,29 \cos(2 \cdot 10^5 \pi t - 1,28)$  5.  $Q_{min} = 10,5$

**Ex3** : 2. deuxième ordre 4.  $f_0 = 500Hz$   $Q = 0,5$  4.  $s(t) = 0,2 \cos(2\pi \cdot 100t + 2,8)$

**Ex4** : 2.  $f_0 = 300Hz$   $f_{c1} \approx 220Hz$   $f_{c2} \approx 400Hz$   $Q = 1,8$  3.  $L = 95mH$   $C = 2,9\mu F$ .

**Ex5** : 2.  $R = 1,0k\Omega$   $L = 40,2mH$   $C = 468nF$ .

**Ex6** : rejecteur de bande  $\Delta f = \frac{1}{2\pi RC}$ . **Ex7** :  $f_0 = 3,5kHz$   $Q = 2,9$