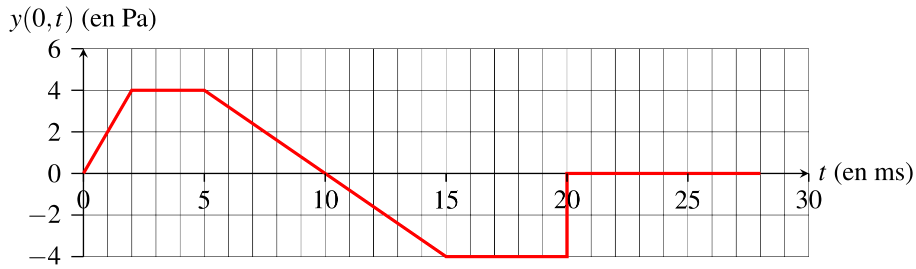
DM de physique n° 17 (autocorrection)

Exercice : Effet Doppler

Introduction

On étudie la propagation d'une onde acoustique dans l'air, le long d'un axe (Ox), caractérisée par la surpression acoustique $p(x,t)$. La célérité des ondes acoustiques dans l'air vaut $c = 340\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Dans un premier temps on suppose que la source S est fixe en $x = 0$ et produit le signal ci-dessous :



1. Tracer l'allure de l'onde $y(x,t_0)$ à la date $t_0 = 25\,\mathrm{ms}$.

On considère maintenant que la source produit une vibration sinusoïdale $p(S,t) = p_0\cos(\omega t)$ de fréquence $f = 100\,\mathrm{Hz}$. Un récepteur R se trouve au point fixe $x_R = 2,0\,\mathrm{m}$.

2. Calculer la longueur d'onde λ de cette onde.

3. Exprimer le retard temporel τ du signal mesuré par le récepteur par rapport au signal émis par la source. En déduire l'expression du signal $p(R,t)$ enregistré par le récepteur.

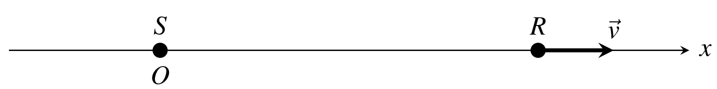
4. Calculer le déphasage entre $y(S,t)$ et $y(R,t)$. Tracer leur allure sur un même graphe.

On place une paroi réfléchissante perpendiculaire à (Ox), à la distance L de la source. Une onde acoustique stationnaire apparaît alors entre la source et la paroi. On admet qu'il y a un nœud de surpression au niveau de la source et un nœud de surpression au niveau de la paroi.

5. On observe la présence de trois ventres de vibration entre la source et la paroi. Calculer L.

Effet Doppler longitudinal avec source fixe et récepteur mobile

La source S est fixe en $x = 0$ et produit toujours une vibration sinusoïdale $p(S,t) = p_0\cos(\omega t)$ de fréquence $f = 100\,\mathrm{Hz}$. Un récepteur R est en mouvement le long de l'axe (Ox), dans le domaine $x > 0$, à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$. On suppose que le récepteur se trouve en $x_R = 0$ à la date $t = 0$.



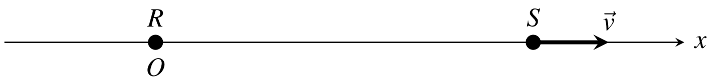
6. Déterminer la position $x_R(t)$ du récepteur à tout instant.

7. Montrer que le signal $p(R,t)$ mesuré par le récepteur s'écrit : $p(R,t) = p_0\cos(\omega' t)$ avec ω' à exprimer en fonction de ω et $\frac{v}{c}$.

8. Déterminer l'écart relatif $\dfrac{f'-f}{f}$ entre la fréquence f du signal émis par la source et la fréquence apparente f' du signal enregistré par le récepteur, en fonction de v et c. Faire l'application numérique pour un récepteur se déplaçant à la vitesse $v = 80\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

Effet Doppler longitudinal avec source mobile et récepteur fixe

Désormais le récepteur R est fixe en $x = 0$. La source S est en mouvement le long de l'axe (Ox), dans le domaine $x > 0$, à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$. Elle produit une vibration sinusoïdale $p(S,t) = p_0 \cos(\omega t)$ de fréquence $f = 100\,\mathrm{Hz}$. On suppose que la source se trouve en $x_S = 0$ à la date $t = 0$.



On considère un état vibratoire enregistré par le récepteur à la date t. On note $t'(t)$ la date à laquelle cet état vibratoire a été produit par la source. Le retard temporel du signal enregistré par le récepteur par rapport au signal émis par la source est donc égal par définition à $\tau = t - t'$.

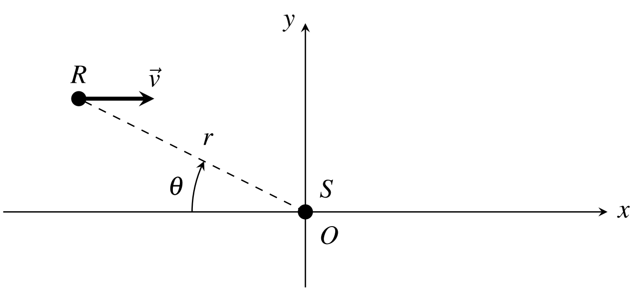
9. On considère la source S, se trouvant dans la position $x_S(t')$ à l'instant où l'état vibratoire est produit. Exprimer τ en fonction de $x_S(t')$ puis démontrer que $\tau = \dfrac{vt}{v+c}$.

10. Montrer que le signal $p(R,t)$ mesuré par le récepteur s'écrit : $p(R,t) = p_0 \cos(\omega' t)$ avec ω' à exprimer en fonction de ω et $\frac{v}{c}$.

11. Déterminer l'écart relatif $\dfrac{f'-f}{f}$ entre la fréquence f du signal émis par la source et la fréquence apparente f' du signal enregistré par le récepteur. Faire l'application numérique pour un récepteur se déplaçant à la vitesse $v = 80\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

Bonus (facultatif) : effet Doppler non longitudinal avec source fixe et récepteur mobile

La source S est de nouveau fixe en $x = 0$ et produit une vibration sinusoïdale $p(S,t) = p_0 \cos(\omega t)$ de fréquence $f = 100\,\mathrm{Hz}$. Un récepteur R est en mouvement dans le plan (Oxy), à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$. On note (r,θ) les coordonnées polaires du récepteur.



12. On note f' la fréquence apparente du signal mesuré par le récepteur. Montrer que :

$$\frac{f'-f}{f} = \frac{v\cos\theta}{c}$$

Indication : calculer la phase $\Phi_R(t)$ du signal $p(R,t)$ reçu par le récepteur et considérer que $\omega' = \dfrac{\mathrm{d}\Phi_R}{\mathrm{d}t}$.