DS de physique n°5

Durée : 2h

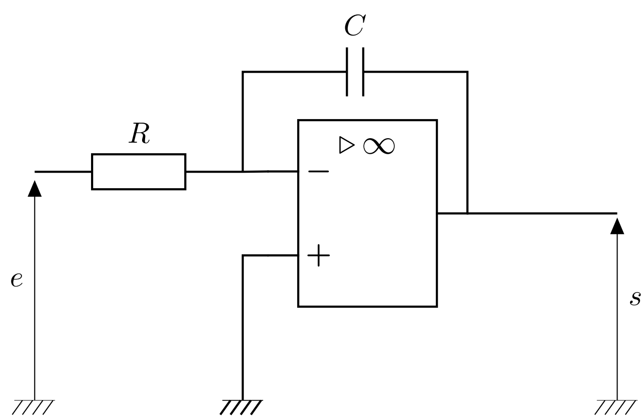
L'usage de la calculatrice est autorisé. La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe. Les pages doivent être numérotées et ***les résultats soulignés ou encadrés****. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Les valeurs numériques doivent être accompagnées de leur unité. Le devoir comporte un seul exercice.*

Exercice 1 : Générateurs de signaux

Un générateur basses fréquences (GBF) est une source de tension pouvant générer des signaux de forme sinusoïdale, triangulaire ou rectangulaire. Dans une première partie on étudie un dispositif qui permet de convertir un signal rectangulaire en un signal triangulaire. Dans la partie suivante on étudie les propriétés d'un filtre dont le but est de convertir un signal rectangulaire en signal sinusoïdal.

Partie 1 : Génération d'un signal triangulaire

Un montage non étudié dans ce sujet permet d'amplifier du bruit électrique pour générer un signal rectangulaire $e(t)$ d'amplitude $E_m = 9\,\mathrm{V}$, de fréquence $f = 500\,\mathrm{Hz}$ et de moyenne nulle. Ce signal est envoyé à l'entrée du montage ci-dessous, utilisant un Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) que l'on suppose idéal et fonctionnant en régime linéaire. Les tensions de saturation de cet ALI sont $\pm 15\,\mathrm{V}$.



1. Justifier que cet ALI peut fonctionner en régime linéaire.

2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$ de ce montage.

3. À partir du résultat de la question précédente, écrire la relation entre les tensions réelles $s(t)$ et $e(t)$. Quelle opération réalise ce montage ? Justifier que la tension de sortie $s(t)$ possède une forme triangulaire.

On trouvera en annexe l'expression de la décomposition de Fourier d'un signal rectangulaire et d'un signal triangulaire. On considère un harmonique non nul quelconque de la tension d'entrée : $e_{2p+1}(t) = \dfrac{4E_m}{(2p+1)\pi} \sin\left[(2p+1)\omega t\right]$, avec $p \in \mathbb{N}$.

4. Déterminer l'expression de la tension de sortie $s_{2p+1}(t)$ correspondant à cet harmonique. En déduire, sans calcul supplémentaire, l'expression générale de la tension de sortie $s(t)$ associée à la tension rectangulaire d'entrée $e(t)$, sous la forme d'une somme de Fourier. Par identification avec l'expression donnée en annexe pour la décomposition d'un signal triangulaire, déterminer l'amplitude S_m de $s(t)$ en fonction de E_m, R, C et f.

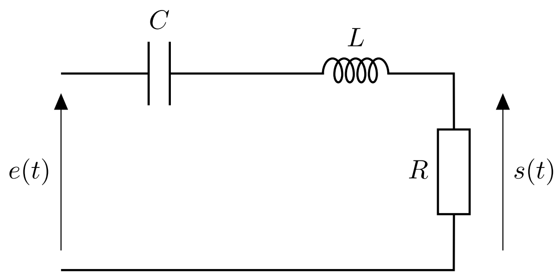
5. Sachant que $C = 300\,\mathrm{nF}$, quelle doit être la valeur minimale de R pour que l'ALI reste à tout instant dans le domaine linéaire ($|s| < V_{\text{sat}} = 15\,\mathrm{V}$) ?

6. On suppose que $R = 3\,\mathrm{k}\Omega$. Compléter la figure A du document réponse en traçant l'allure de la tension $s(t)$.

7. Quelle est l'impédance d'entrée du montage ? Cela est-il souhaitable ? Le cas échant proposer une amélioration du montage en expliquant votre démarche.

Partie 2 : Génération d'un signal sinsusoïdal

On conserve la tension $e(t)$ rectangulaire de la partie précédente et on envoie désormais ce signal à l'entrée du filtre RLC ci-dessous.



8. Rappeler quel est le comportement d'un condensateur et d'une bobine en basses fréquences (BF) et hautes fréquences (HF). En déduire, sans calcul, la nature de ce filtre.

9. Montrer que la fonction de transfert s'écrit sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec les paramètres H_0, Q et ω_0 à exprimer en fonction de R, L et C.

10. Déterminer les équations des asymptotes du diagramme de Bode en gain. Identifier les pentes. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des deux asymptotes ?

11. Ce filtre présente-t-il un caractère intégrateur ? Dérivateur ? Si oui préciser dans quel domaine de fréquence.

12. Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté en annexe. Déterminer numériquement la fréquence propre f_0, le facteur de qualité Q et la largeur de la bande passante Δf.

13. Justifier qualtitativement que la tension de sortie $s(t)$ est quasi-sinusoïdale.

14. On considère la composante fondamentale du signal d'entrée : $e_1(t) = \dfrac{4E_m}{\pi}\sin(\omega t)$. On rappelle que la fréquence de la tension $e(t)$ est $f = \frac{\omega}{2\pi} = 500\,\text{Hz}$. Calculer la tension de sortie $s_1(t)$ correspondante. Déterminer numériquement l'amplitude S_{1m} de la tension $s_1(t)$.

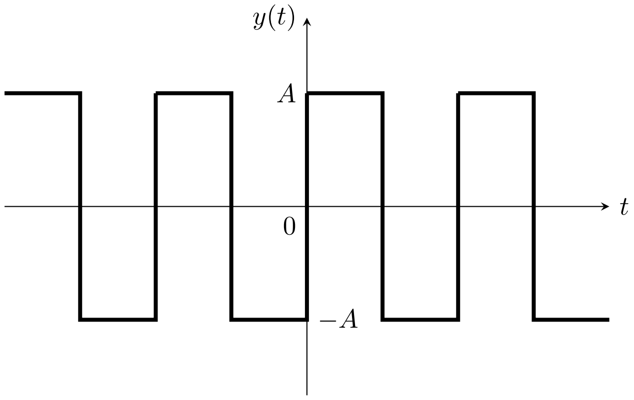
15. On considère désormais le premier harmonique non nul du signal d'entrée : $e_3(t) = \dfrac{4E_m}{3\pi}\sin(3\omega t)$. Calculer la tension de sortie $s_3(t)$ correspondante. Déterminer numériquement l'amplitude S_{3m} de la tension $s_3(t)$.

16. Rappeler la définition de la valeur efficace d'un signal périodique. Calculer les valeurs efficaces $S_{3\text{eff}}$ et $S_{1\text{eff}}$ des tensions $s_3(t)$ et $s_1(t)$.

17. On appelle *taux de distorsion harmonique* le rapport $\text{TDH} = \dfrac{S_{3\text{eff}}}{S_{1\text{eff}}}$. Calculer sa valeur et conclure.

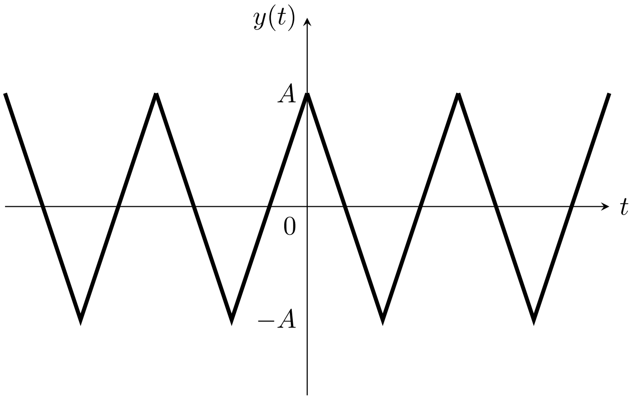
ANNEXE

Décomposition de Fourier d'un signal rectangulaire d'amplitude A et de fréquence $f = \omega/2\pi$:



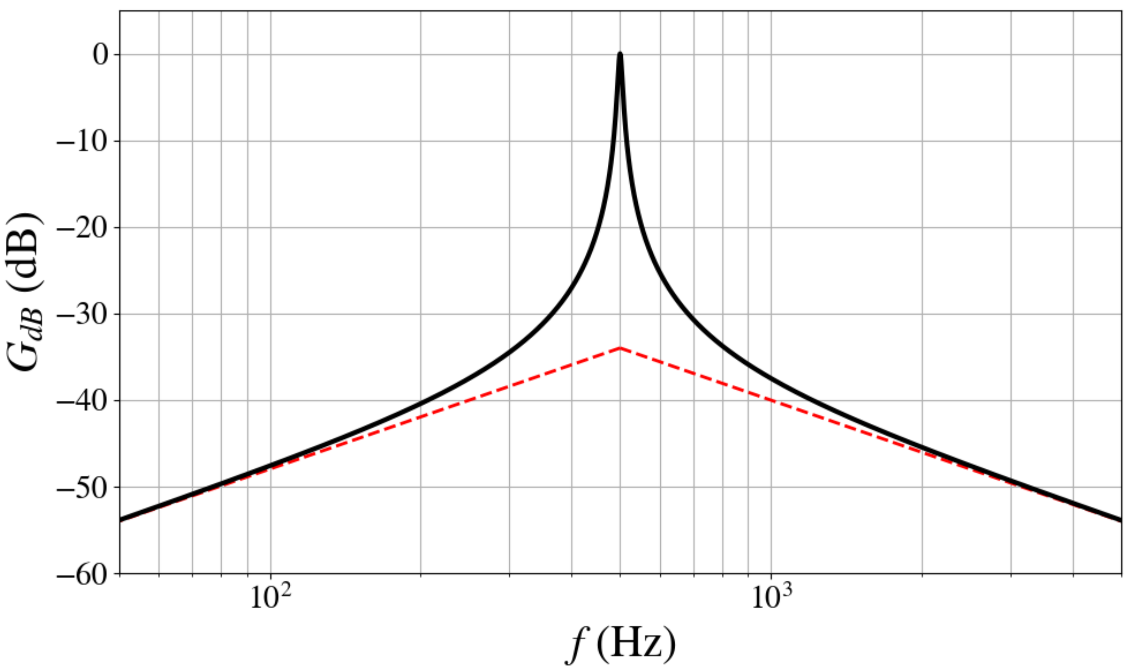
$$y(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\sin\left[(2p+1)\omega t\right]}{2p+1}$$

Décomposition de Fourier d'un signal triangulaire d'amplitude A et de fréquence $f = \omega/2\pi$:



$$y(t) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\cos\left[(2p+1)\omega t\right]}{(2p+1)^2}$$

Diagramme de Bode en gain du filtre RLC :



Document-réponse

<u>**Allure du signal d'entrée** $e(t)$</u> :