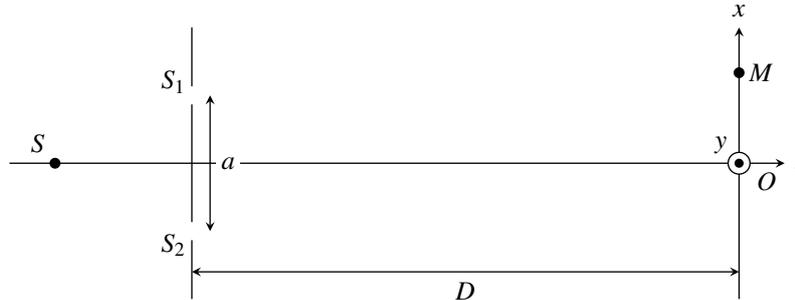


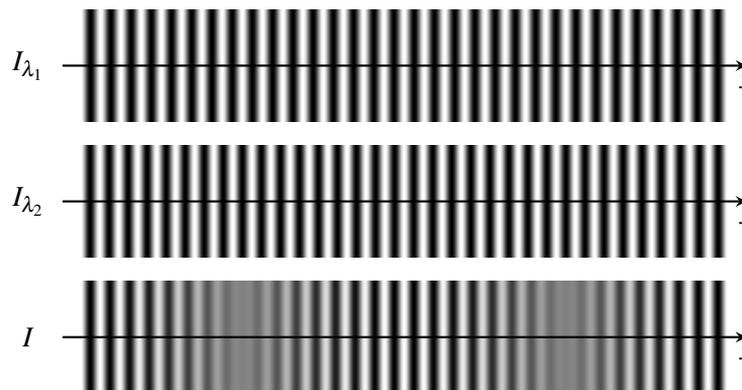
## DM de physique n° 18

### Exercice : Trous d’Young et spectrométrie

On considère le dispositif de la figure ci-dessous. Une pupille dans le plan perpendiculaire à l’axe ( $Oz$ ) est percée de deux trous identiques espacés de la distance  $a$ . Une source ponctuelle monochromatique  $S$  de longueur d’onde  $\lambda$  (dans l’air, assimilé au vide) éclaire cette pupille. On observe la figure obtenue sur un écran éloigné parallèle à la pupille. On repère un point  $M$  de l’écran recevant les ondes issues des deux trous par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, 0)$ . On suppose que  $D \gg |x|, |y|, a$ .



1. Établir l’expression de la différence de marche  $\delta(M)$  en fonction de  $a$ ,  $x$  et  $D$ .
2. Établir l’expression de l’intensité lumineuse  $I_\lambda(M)$ . On notera  $I_0$  l’intensité lumineuse observée sur l’écran dans le cas où la pupille est percée d’un unique trou (on supposera cette intensité uniforme pour simplifier).
3. Déterminer littéralement et numériquement l’interfrange pour  $a = 100 \mu\text{m}$ ,  $D = 20 \text{ cm}$  et  $\lambda = 499,3 \text{ nm}$ .
4. On suppose que la source  $S$  émet deux radiations de longueurs d’onde très proches ( $\lambda_1$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  avec  $\Delta\lambda \ll \lambda_1$ ). On admet que l’intensité lumineuse observée sur l’écran est la somme des intensités correspondant à chaque radiation prise seule :  $I(x, y) = I_{\lambda_1}(x, y) + I_{\lambda_2}(x, y)$ . On montre ci-dessous l’allure de l’éclairement observé sur l’écran dans trois cas de figure : la radiation  $\lambda_1$  seule, la radiation  $\lambda_2$  seule puis les radiations  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  superposées.



Il apparaît un “brouillage” des franges d’interférences lorsqu’en un point  $M$  de l’écran, **les interférences sont constructives pour l’une des radiations et destructives pour l’autre**. Justifier que des brouillages apparaissent périodiquement sur l’axe ( $Ox$ ), avec une période  $L_{br} = \frac{D\lambda^2}{a\Delta\lambda}$  où  $\lambda$  est la longueur d’onde moyenne du doublet. On utilisera ici l’approximation  $\lambda_1\lambda_2 \simeq \lambda^2$  car les deux longueurs d’onde sont très proches.

5. On voudrait utiliser ce dispositif en tant que spectromètre, c’est-à-dire pour obtenir le spectre de la source lumineuse  $S$ . La résolution d’un spectromètre est le plus petit écart entre deux longueurs d’onde que l’on peut mesurer. Déterminer numériquement un ordre de grandeur de la taille de l’écran si l’on souhaite obtenir pour ce spectromètre une résolution suffisante pour séparer deux radiations visibles écartées d’environ  $20 \text{ pm}$ . Commenter.