

# Colle n°19

## POLYNÔMES

### I Polynômes à une indéterminée

1. Ensemble  $K[X]$
2. Opérations dans  $K[X]$
3. Degré d'un polynôme
4. Fonction polynomiale associée à un polynôme
5. Divisibilité dans  $K[X]$

### II Racines d'un polynôme

1. Racines d'un polynôme
2. Ordre de multiplicité d'une racine

### III Polynôme dérivé

1. Définition
2. Formule de Taylor
3. Caractérisation des racines multiples

### IV Décomposition en produit de polynômes irréductibles

1. Polynômes scindés
2. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé
3. Polynômes irréductibles
4. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$
5. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$

6. Exemple : factorisation de  $X^n - 1$  dans  $\mathbb{C}[X]$  et dans  $\mathbb{R}[X]$

### V Fractions rationnelles

1. Définition
2. Décomposition en éléments simples (dénominateur scindé à racines simples uniquement)
3. Applications

## ANALYSE ASYMPTOTIQUE

### I Relations de comparaison (fonctions)

1. Fonction dominée par une autre
2. Fonction négligeable devant une autre
3. Fonctions équivalentes
4. Croissances comparées

### II Développements limités (calculs simples uniquement)

1. Définition
2. Propriétés
3. Opérations sur les développements limités
4. Primitivation des développements limités
5. Formule de Taylor-Young
6. Exemples de développements limités d'une composée

### Questions de cours :

1.  $a$  est racine de  $P$  si et seulement si  $X - a$  divise  $P$  (proposition 4 page 4).
2. Polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$  (théorème 24 page 9).
3. Calcul du DL de  $\tan x$  à l'ordre 6 en 0.
4. Énoncé de la formule de Taylor-Young (avec ses hypothèses) et application au DL de  $(1+x)^\alpha$  en 0.

Les DL usuels en 0 doivent être parfaitement connus :  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\frac{1}{1+x}$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\text{Arctan } x$ ,  $e^x$ ,  $\text{sh } x$ ,  $\text{ch } x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  à l'ordre 6,  $(1+x)^\alpha$ .