

# Colle n°22

## ESPACES VECTORIELS

### I Espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples

### II Sous-espaces vectoriels

1. Définition
2. Exemples
3. Intersection de deux sous-espaces
4. Sous-espace engendré par une famille de vecteurs
5. Somme de deux sous-espaces
6. Somme directe
7. Sous-espaces supplémentaires

### III Familles de vecteurs d'un espace vectoriel

1. Familles libres, familles liées
2. Familles génératrices
3. Bases
4. Sommes directes et bases

### IV Dimension d'un espace vectoriel

1. Espaces vectoriels de dimension finie
2. Théorème de la base incomplète
3. Dimension d'un espace vectoriel
4. Familles libres et familles génératrices en dimension finie

### Questions de cours :

1. L'intersection de deux sev est un sev (proposition 13 page 5).
2. Définition de la somme de deux sev + la somme de deux sev est un sev (proposition 16 page 6).
3. Si  $\mathcal{B}$  est une base de  $F$ , que  $\mathcal{C}$  est une base de  $G$  et que  $F$  et  $G$  sont en somme directe, alors  $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  est une base de  $F \oplus G$  (proposition 29 page 12).
4. Si la famille  $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$  est libre, alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$  et  $\text{Vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe (proposition 30 page 13).
5. Familles libres et génératrices en dimension finie (propositions 40 et 41 page 14).

**Toutes les définitions et tous les théorèmes sont à savoir parfaitement.**