TD 22 : Premier principe

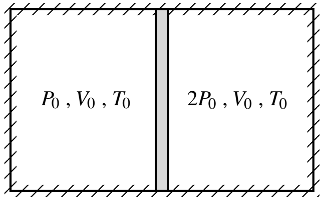
⋆ Exercice 1 : Cycle parcouru par un gaz parfait

On fait subir à un gaz parfait monoatomique un cycle en quatre étapes :

• initialement le gaz est dans l'état A à la pression $P_A = 1{,}00\,\text{bar}$ et la température $T_A = 300\,\text{K}$. Son volume vaut $V_A = 22{,}4\,\text{L}$. On le réchauffe de manière isochore pour le porter à la pression $P_B = 5{,}00\,\text{bar}$ (état B),
• il est ensuite détendu de façon isobare jusqu'à un volume $V_C = 44{,}8\,\text{L}$ (état C),
• il subit alors un refroidissement isochore qui le ramène à la pression $P_D = P_A = 1{,}00\,\text{bar}$,
• enfin, il subit une compression isobare qui le ramène dans l'état A.

1. Représenter le cycle parcouru par le gaz sur un diagramme de Watt. Est-il moteur ou récepteur ? Justifier.
2. Calculer :
a) Les températures aux points B, C, D.
b) Le transfert thermique reçu par le gaz au cours de la transformation $B \to C$.
c) Le travail reçu par le gaz au cours de la transformation $D \to A$.
d) Le travail et le transfert thermique reçus par le gaz au cours du cycle entier.

⋆ Exercice 2 : Transformation en vase clos

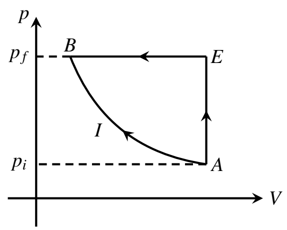


On considère un cylindre indéformable fermé, dont les parois sont calorifugées. De l'air (assimilé à un gaz parfait) est emprisonné dans chacun des compartiments, séparés par un piston diatherme, bloqué au départ.
Dans le premier compartiment, l'air est dans l'état (P_0, V_0, T_0) et dans l'autre, dans l'état $(2P_0, V_0, T_0)$.

On libère le piston. Il se déplace en translation sans frottement et finit par s'immobiliser dans une nouvelle position d'équilibre. Calculer la température, la pression et le volume de chaque compartiment dans l'état final.

Données : $P_0 = 1\,\text{bar}$; $\gamma = 1{,}4$; $V_0 = 1\,\text{L}$; $T_0 = 300\,\text{K}$.

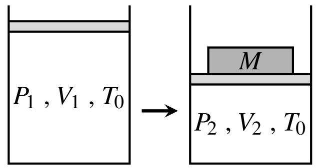
⋆ Exercice 3 : Travail et chaleur reçus par un gaz parfait entre des états extrêmes identiques



On comprime une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait diatomique de température $T_i = 300\,\text{K}$ et de pression $p_i = 1\,\text{bar}$, jusqu'à une température $T_f = T_i$ et une pression $p_f = 5\,\text{bar}$. La compression peut se produire de deux façons différentes : la première AIB est isotherme et la seconde suit le chemin AEB (isochore suivi d'une isobare). Toutes les transformations sont supposées quasi-statiques.

1. Calculer le travail puis le transfert thermique reçu par le gaz au cours de l'évolution AIB.
2. Même question au cours de l'évolution AEB.

⋆⋆ Exercice 4 : Compressions d'un gaz parfait



De l'air, à la température T_0, est contenu dans un cylindre aux parois diathermes, fermé par un piston également diatherme, de section S et de masse nulle. L'ensemble est placé dans l'air à la pression P_0. Dans l'état initial , l'air enfermé dans le cylindre est dans l'état (P_1, T_0, V_1).

1. On pose sur le piston une masse M. Après un certain temps, l'air du récipient se trouve à la température T_0 et le piston se stabilise. Déterminer l'état final (P_2, T_0, V_2) et calculer le travail W reçu par l'air intérieur.

2. On pose successivement sur le piston des masses m ($m \ll M$) en attendant à chaque fois que la température de l'air se stabilise (à la valeur T_0) et que le piston s'immobilise; on répète l'opération jusqu'à ce que la surcharge totale soit égale à M. Déterminer l'état final (P_2', T_0, V_2') et calculer le travail W' reçu. Comparer les résultats obtenus à ceux de la question 1.

Données : $P_0 = 10^5\,\text{Pa}$, $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, $S = 0{,}1\,\text{m}^2$, $M = 100\,\text{kg}$, $h_1 = 1\,\text{m}$, $T_0 = 300\,\text{K}$, $\gamma = C_p/C_v = 1{,}4$.

⋆⋆ Exercice 5 : Compresseur à plusieurs étages

Une mole d'air (assimilé à un gaz parfait de coefficient de Laplace γ) est prélevé dans l'atmosphère à la température T_0, sous la pression P_0. On le comprime lentement (la transformation est supposée réversible) dans un compresseur adiabatique jusqu'à la pression P_f.

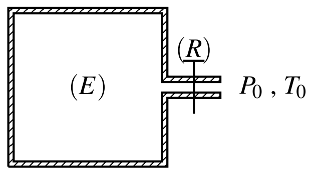
1. Exprimer la température finale du gaz T_f, en fonction de T_0 et de $a = \left(\frac{P_f}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.
2. Exprimer algébriquement et numériquement le travail W_1 fourni au gaz par le compresseur.

Données : $P_0 = 1\,\text{bar}$; $P_f = 12\,\text{bar}$; $\gamma = 1{,}4$; $T_0 = 288\,\text{K}$; $R = 8{,}314\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Cette compression est désormais réalisée dans deux compresseurs successifs : l'air traverse un premier compresseur qui le comprime de P_0 à P_1 (toujours de manière lente et adiabatique), puis il traverse un échangeur où il se refroidit de façon isobare, sous la pression P_1, jusqu'à T_0 et traverse enfin un second compresseur adiabatique qui le comprime réversiblement de P_1 à P_f.

3.a) Montrer que le travail fourni par les deux compresseurs vaut $W_2 = \frac{nRT_0}{\gamma-1}\left(x + \frac{a}{x} - 2\right)$, où $x = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.
b) Pour quelle valeur P_{1m} de P_1, exprimée en fonction de P_0 et de P_f, ce travail est-il minimal ?
c) Déterminer numériquement P_{1m} et le travail minimal $W_{2,\text{min}}$ pour les valeurs données en 2.

⋆⋆ Exercice 6 : Diffusion d'air dans une enceinte vide



L'enceinte (E), de volume constant V et dont les parois sont calorifugées, est initialement vide. On ouvre très rapidement le robinet (R), calorifugé lui aussi, le temps que de l'air extérieur $(P_0 = 1\,\text{bar}, T_0 = 298\,\text{K})$ s'engouffre dans l'enceinte, puis on le referme.
Calculer la température finale dans l'enceinte.

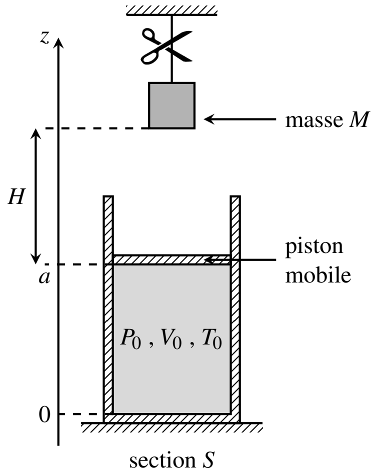
⋆⋆⋆ Exercice 7 : Chute d'une masse sur un piston

Un gaz parfait de coefficient γ constant est contenu dans une enceinte parfaitement calorifugée, de volume V_0, fermée par un piston mobile, calorifugé lui aussi, de masse négligeable et de section S. Initialement, le gaz est dans l'état (P_0, T_0, V_0). On note $a = \frac{V_0}{S}$ l'altitude initiale du piston.

À un instant donné, on lâche sans vitesse initiale une masse M supposée ponctuelle à une hauteur H au-dessus du piston. On suppose que la masse ne rebondit pas sur le piston et on note (P_1, T_1, V_1) l'état final du gaz.

Données : $T_0 = 300\,\mathrm{K}$, $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$, $V_0 = 2\,\mathrm{L}$, $M = 1\,\mathrm{kg}$, $\gamma = 1,4$, $S = 20\,\mathrm{cm}^2$, $g = 10\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

On lâche la masse d'une hauteur $H = 5\,\mathrm{m}$. Calculer P_1, V_1, T_1.



Solutions :

Ex1 : 2. a) $T_A = 273\,\mathrm{K}$, $T_B = 1365\,\mathrm{K}$, $T_C = 2730\,\mathrm{K}$, $T_D = 546\,\mathrm{K}$.
b) $Q_{\text{cycle}} = 9,1\,\mathrm{kJ}$ c) $U_C - U_A = 30,6\,\mathrm{kJ}$ d) $Q_{BC} = 28,4\,\mathrm{kJ}$

Ex2 : $T_{1f} = T_{2f} = T_0$, $P_{1f} = P_{2f} = \dfrac{3P_0}{2}$, $V_{1f} = \dfrac{2V_0}{3}$, $V_{2f} = \dfrac{4V_0}{3}$, $\Delta H = 0$

Ex3 : 1. $W = 4,0\,\mathrm{kJ}$ 2. $W = 10\,\mathrm{kJ}$

Ex4 : 1. $W = \frac{Mg}{S} V_1 = 1\,\mathrm{kJ}$ $P_2 = P_0 + \dfrac{Mg}{S} = 1,1\,\mathrm{bar}$, $V_2 = 91\,\mathrm{L}$.
2. $W' = P_0 V_1 \ln\left(1 + \dfrac{Mg}{P_0 S}\right) = 953\,\mathrm{J}$ $P_2' = P_2 = 1,1\,\mathrm{bar}$ $V_2' = V_2 = 91\,\mathrm{L}$.

Ex5 : 2. $W_1 = 6,2\,\mathrm{kJ}$ 3.(b) $P_{1m} = \sqrt{P_0 P_f}$ (c) $P_{1m} = 3,5\,\mathrm{bar}$ $W_{2,\min} = 5,1\,\mathrm{kJ}$

Ex6 : $T_f = 417\,\mathrm{K}$ **Ex7** : $P_1 = 1,05\,\mathrm{bar}$, $V_1 = 2,07\,\mathrm{L}$, $T_1 = 326\ \mathrm{K}$