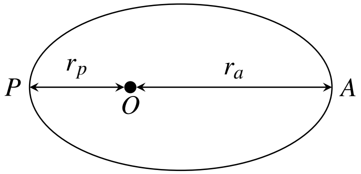
Corrigé DM20

Exercice : Mission Rosetta

1.



2. On détermine la période de révolution de la sonde à l'aide de la troisième loi de Kepler. Le demi grand-axe de l'orbite est égal à $a = (r_a + r_p)/2$.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_{\text{com}}} \iff \boxed{T = \pi\sqrt{\frac{(r_a+r_p)^3}{2Gm_{\text{com}}}} = 5,17\,\text{jours}}$$

3. Sur l'orbite elliptique l'énergie mécanique vaut :

$$E = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{2a} \iff \boxed{E = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{r_a + r_p}}$$

4. L'énergie mécanique se conserve au cours du mouvement. Au point P on peut donc écrire :

$$E = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{Gmm_{\text{com}}}{r_p} = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{r_a + r_p}$$

Connaissant r_p cette relation permet de déterminer la vitesse au péricentre :

$$\boxed{v_p = \sqrt{\frac{2Gm_{\text{com}}r_a}{r_p(r_a+r_p)}} = 0,298\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

5. Pour évoluer sur une orbite circulaire de rayon r_p la sonde doit être propulsée avec une vitesse orthoradiale de norme $v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}}$. La variation de vitesse nécessaire vaut :

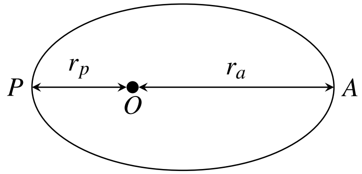
$$\Delta v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}} - \sqrt{\frac{2Gm_{\text{com}}r_a}{r_p(r_a+r_p)}} \iff \boxed{\Delta v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}}\left(1 - \sqrt{\frac{2r_a}{r_p+r_a}}\right) = -0,057\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

La sonde doit ralentir pour s'engager sur l'orbite circulaire de rayon r_p.

Corrigé DM20

Exercice : Mission Rosetta

1.



2. On détermine la période de révolution de la sonde à l'aide de la troisième loi de Kepler. Le demi grand-axe de l'orbite est égal à $a = (r_a + r_p)/2$.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_{\text{com}}} \iff \boxed{T = \pi\sqrt{\frac{(r_a+r_p)^3}{2Gm_{\text{com}}}} = 5,17\,\text{jours}}$$

3. Sur l'orbite elliptique l'énergie mécanique vaut :

$$E = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{2a} \iff \boxed{E = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{r_a + r_p}}$$

4. L'énergie mécanique se conserve au cours du mouvement. Au point P on peut donc écrire :

$$E = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{Gmm_{\text{com}}}{r_p} = -\frac{Gmm_{\text{com}}}{r_a + r_p}$$

Connaissant r_p cette relation permet de déterminer la vitesse au péricentre :

$$\boxed{v_p = \sqrt{\frac{2Gm_{\text{com}}r_a}{r_p(r_a+r_p)}} = 0,298\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

5. Pour évoluer sur une orbite circulaire de rayon r_p la sonde doit être propulsée avec une vitesse orthoradiale de norme $v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}}$. La variation de vitesse nécessaire vaut :

$$\Delta v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}} - \sqrt{\frac{2Gm_{\text{com}}r_a}{r_p(r_a+r_p)}} \iff \boxed{\Delta v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{com}}}{r_p}}\left(1 - \sqrt{\frac{2r_a}{r_p+r_a}}\right) = -0,057\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

La sonde doit ralentir pour s'engager sur l'orbite circulaire de rayon r_p.