TD 23 : Second principe

⋆ Exercice 1 : Chauffage d'une masse d'eau sur une cuisinière

On chauffe, sur une plaque de cuisson de température constante $T_c = 1000\,\mathrm{K}$, une masse $m = 1\,\mathrm{kg}$ d'eau de la température $T_i = 290\,\mathrm{K}$ à $T_f = 363\,\mathrm{K}$. Calculer l'entropie créée.

Donnée : capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4,18\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$.

⋆⋆ Exercice 2 : Bilan entropique d'un mélange de deux gaz parfait

Une enceinte dont les parois sont indéformables et calorifugées est partagée en deux compartiments de volumes V_1 et V_2 par une cloison étanche et calorifugée également. Dans le compartiment 1 il y a n_1 moles de diazote à la température T_1 et sous la pression P_1, alors que dans le compartiment 2, il y a n_2 moles de dioxygène à la température T_2 et sous la pression P_2. Les gaz sont supposés parfaits.

1. On supprime la cloison de séparation. Que deviennent les pressions et températures ?

2. Effectuer le bilan entropique dans le cas où $T_1 = T_2$, $V_1 = V_2$ et $n_1 = n_2 = 1\,\mathrm{mol}$.

⋆⋆ Exercice 3 : Contact thermique entre deux solides

Deux solides, de capacités thermiques C_1 et C_2, de températures initiales T_{1i} et T_{2i}, sont mis en contact thermique. On les suppose parfaitement isolés de l'extérieur.

1. Exprimer la température finale T_f du système.

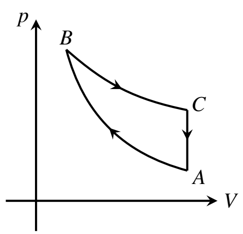
2. Exprimer l'entropie créée S_c au cours de la transformation.

AN : $C_1 = 300\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $C_2 = 800\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $T_{1i} = 273\,\mathrm{K}$, $T_{2i} = 373\,\mathrm{K}$. Calculer T_f et S_c. La transformation est-elle réversible ?

3. Simplifier l'expression de S_c dans le cas où $C_1 = C_2 = C$. Montrer que la transformation est nécessairement irréversible, quelles que soient les valeurs de T_{1i} et T_{2i}.

⋆⋆ Exercice 4 : Cycles d'un gaz parfait

Une masse constante de gaz parfait, dont le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constant est $\gamma = 1,4$, parcourt le cycle représenté sur la figure ci-contre. Le gaz, initialement dans l'état A caractérisé par une pression $P_A = 1,00\,\mathrm{bar}$, une température $T_A = 144,4\,\mathrm{K}$ et un volume $V_A = 414\,\mathrm{cm^3}$, subit une évolution isentropique qui l'amène à la température $T_B = 278,8\,\mathrm{K}$.



1. Calculer la pression P_B et le volume V_B dans l'état B.

2. Le gaz est mis en contact avec une source à la température T_B et subit une détente isotherme réversible qui ramène son volume à sa valeur initiale V_A. Calculer la pression à l'état C.

3. Calculer la variation d'entropie ΔS_{BC} au cours de la transformation $B \to C$.

4. Le gaz dans l'état C est alors mis en contact avec une source à la température T_A tandis que son volume est maintenu constant. Calculer la variation d'entropie ΔS_{CA} et l'entropie créée S_c au cours de la transformation $C \to A$.

⋆⋆ Exercice 5 : Sens d'un cycle monotherme

Une mole de gaz parfait $(\gamma = 1,4)$ subit la succession de transformations suivantes :

- détente isotherme de $P_A = 2\,\mathrm{bar}$ et $T_A = 300\,\mathrm{K}$ jusqu'à $P_B = 1\,\mathrm{bar}$, en restant en contact avec un thermostat à $T_T = 300\,\mathrm{K}$;
- évolution isobare jusqu'à $V_C = 20,5\,\mathrm{L}$ toujours en restant en contact avec le thermostat à T_T;
- compression adiabatique réversible jusqu'à l'état A.

1. Représenter ce cycle en coordonnées de Clapeyron (P,V). S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur ?

2. Calculer l'entropie créée entre A et B.

3. Calculer la température en C, le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçu par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée.

4. Calculer la valeur numérique de l'entropie créée au cours d'un cycle. Le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

⋆⋆ Exercice 6 : Évolutions adiabatiques d'un gaz parfait

Une mole de gaz parfait est contenue dans un récipient cylindrique vertical limité par un piston de section S et de masse négligeable. On néglige les frottements entre le piston et le cylindre. Les parois du récipient et le piston sont calorifugés. La pression du milieu extérieur est $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$. On suppose que le rapport $\gamma = C_p/C_v = 1,4$ est indépendant de la température.

Au départ, une masse m est posée sur le piston et le cylindre a un volume V_1. Le gaz est à la température $T_1 = 290\,\mathrm{K}$ et à la pression P_1.

1. On enlève brutalement la masse m :

a) Calculer P_2, V_2/V_1 et T_2. On prendra $mg/S = 0,5P_0$.

b) Calculer l'entropie créée au cours de la transformation. Commentaire.

2. On enlève la masse m de manière quasi-statique. Reprendre les questions précédentes.

⋆⋆ Exercice 7 : Contact thermique avec un thermostat

On plonge un solide, de capacité thermique C, de température T_i, dans un thermostat de température T_f. Au bout d'un certain temps, le solide atteint un nouvel état d'équilibre à la température T_f.

1. Exprimer l'entropie S_c créée par le solide au cours de la transformation.

2. On pose $x = T_f/T_i$. Tracer le graphe de $S_c(x)$. Conclusion.

3. Application numérique : on plonge un morceau de fer de masse $m = 100\,\mathrm{g}$, de capacité thermique massique $c = 460\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$, de température $T_i = 350\,\mathrm{K}$, dans un thermostat de température $T_f = 280\,\mathrm{K}$. Calculer la variation d'entropie ΔS du solide ainsi que S_c.

4. On porte désormais le solide à la température T_f à l'aide de N thermostats de températures successives :

$$\begin{cases} T_1 = \varepsilon T_i \\ T_k = \varepsilon T_{k-1} = \varepsilon^k T_i \\ T_N = \varepsilon^N T_i = T_f \end{cases} \qquad \text{avec } \varepsilon = \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{1/N}$$

a) Exprimer l'entropie créée au cours de la transformation en fonction de N, C, T_i et T_f.

b) On fait tendre N vers l'infini. Montrer, à l'aide d'un développement limité à l'ordre 2 en $\dfrac{1}{N}$ de $\left(\dfrac{T_f}{T_i}\right)^{-1/N}$, que l'entropie créée au cours de cette transformation vaut $S_c = \dfrac{C}{2N}\left(\ln\dfrac{T_f}{T_i}\right)^2$. Conclure.

Solutions :

Ex1 : $\Delta S = 938,5\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad S_e = 305,1\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad S_c = 633,4\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad \frac{S_c}{\Delta S} = 0,675$

Ex2 : 1. $P_f = \frac{P_1V_1+P_2V_2}{V_1+V_2}$, $T_f = \frac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}$ $\quad$ 2. $\Delta S = S_c = R\ln 4$

Ex3 : 1. $T_f = \frac{C_1T_1+C_2T_2}{C_1+C_2}$ $\quad$ 2. $S_c = C_1\ln\frac{T_f}{T_1} + C_2\ln\frac{T_f}{T_2}$ $\quad T_f = 346\,\mathrm{K}$ $\quad S_c = 10,1\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$

Ex4 : 1. $V_B = 79,9\,\mathrm{cm^3}$ $\quad P_B = 10,0\,\mathrm{bar}$ $\quad$ 2. $P_C = 1,93\,\mathrm{bar}$
3. $\Delta S_{BC} = 0,47\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad$ 4. $\Delta S_{CA} = -0,47\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad S_c = 0,20\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$

Ex5 : 1. cycle moteur $\quad$ 2. $S_c = 0$ $\quad$ 3. $T_c = 246\,\mathrm{K}$ $\quad Q_{BC} = -1,57\,\mathrm{kJ}$ $\quad W_{BC} = 449\,\mathrm{J}$ $\quad S_e = -5,24\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$
$S_c = -0,54\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad$ 4. cycle moteur irréalisable ($S_{c,\text{cycle}} < 0$)

Ex6 : 1. (a) $P_2 = 1\,\mathrm{bar}$ $\quad \frac{V_2}{V_1} = 1,36$ $\quad T_2 = 262\,\mathrm{K}$ $\quad$ (b) $S_c = 0,45\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$.
2. (a) $P_2 = 1\,\mathrm{bar}$, $\frac{V_2}{V_1} = 1,34$ $\quad T_2 = 258\,\mathrm{K}$ $\quad$ (b) $S_c = 0$.

Ex7 : 1. $C\left(\ln\frac{T_f}{T_i} - 1 + \frac{T_i}{T_f}\right)$ $\quad$ 3. $\Delta S = -10,3\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\quad S_c = 1,2\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$
4. (a) $S_c = NC\left(\frac{1}{N}\ln\frac{T_f}{T_i} - 1 + \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{-1/N}\right)$