Chapitre 25 : Machines thermiques

Fiche méthode

Les exercices de première année sur les machines thermiques peuvent être rangés en trois catégories :

- la machine thermique est étudiée de manière globale, sans que les différentes transformations du cycle soient détaillées. Dans ce cas le bilan énergétique et entropique sera toujours effectué sur un cycle entier ;
- les différentes transformations du cycle sont décrites, on peut alors effectuer un bilan énergétique et entropique en calculant des travaux/transferts thermiques, entropie échangée/créée sur chaque transformation. La mise en équation peut s'effectuer de deux manières différentes :
  - en utilisant des modèles simplifiés (gaz parfait, phase condensée incompressible et indilatable) ;
  - en exploitant les propriétés réelles des fluides grâce à des tables thermodynamiques.

1 Étude globale d'une machine thermique

Situation : Une pompe à chaleur fonctionnant de manière réversible cède en une heure un transfert thermique de $20,0\,\mathrm{MJ}$ à l'intérieur d'une habitation (température constante de 19°C). La température extérieure, constante elle aussi, est de 4°C.

1. Définir puis calculer l'efficacité de la pompe à chaleur.

2. Calculer le travail consommé par la pompe à chaleur en une heure, puis sa puissance supposée constante.

3. Calculer le transfert thermique prélevée à l'atmosphère extérieure en une heure.

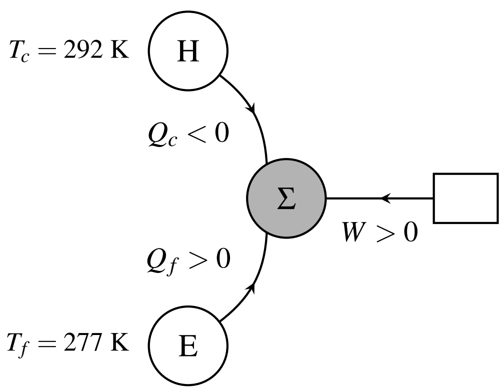
En pratique la pompe à chaleur n'est pas réversible et, pour un même transfert thermique cédé à l'intérieur de l'habitation, consomme une puissance cinq fois plus élevée que dans le cas réversible.

4. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur réelle.

5. Calculer l'entropie créée en une heure.

► Poser le problème, tracer le schéma de principe de la machine

1. Avant tout calcul il est important de représenter le schéma de principe de la machine pour identifier clairement les sources (très généralement il s'agira d'une machine ditherme) et introduire les notations utiles. Dans le cas présent l'intérieur de l'habitation (H) joue le rôle de la source chaude et l'air extérieur (E) celui de la source froide. Les notations (températures, échanges d'énergie **sur un cycle**) sont définis sur le schéma ci-dessous. **Il est conseillé de noter tout de suite les signes des échanges d'énergie**, ils ont été vus en cours pour les trois types de machines dithermes (moteur thermique, machine frigorifique, pompe à chaleur) et doivent être connus sans erreur.



Le principe d'une pompe à chaleur est de permettre un transfert thermique dans le sens contraire du sens spontané (un transfert thermique est prélevé à un corps plus froid tandis qu'un autre est cédé à un corps plus chaud). Pour fonctionner une pompe à chaleur à besoin d'un travail (électrique le plus souvent, pour faire fonctionner un compresseur). Dans une pompe à chaleur l'énergie "utile" est celle qui est cédée à la source chaude ($Q_c < 0$) tandis que l'énergie dépensée est le travail reçu ($W > 0$). L'efficacité d'une pompe à chaleur est donc définie par :

$$e = -\frac{Q_c}{W}$$

▶ Calculer l'efficacité de Carnot d'une machine ditherme

On applique le premier et le second principe à la pompe à chaleur, sur un cycle. La machine fonctionne de manière réversible donc il n'y a pas d'entropie créée.

$$\begin{cases} \Delta U = 0 = Q_c + Q_f + W \\ \Delta S = 0 = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} \end{cases}$$

Le premier principe permet d'écrire $W = -Q_c - Q_f$ donc d'écrire l'efficacité uniquement en fonction des transferts thermiques :

$$e = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + Q_f/Q_c}$$

Le deuxième principe permet de calculer le rapport Q_f/Q_c :

$$\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c} \iff e = \frac{1}{1 - T_f/T_c} \iff \boxed{e = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 19{,}5}$$

▶ Mettre en œuvre le premier principe, calculer une puissance

2. Le travail consommé par la pompe à chaleur vaut :

$$\boxed{W = -\frac{Q_c}{e} = 1{,}0\,\text{MJ}}$$

Par définition la puissance consommée par la pompe à chaleur est $\mathscr{P} = \frac{W}{\Delta t}$ avec Δt la durée de fonctionnement. On fait l'application numérique avec $\Delta t = 1\,\text{h}$:

$$\boxed{\mathscr{P} = 285\,\text{W}}$$

3. On calcule le transfert thermique prélevé à l'air extérieur à l'aide du premier principe :

$$\boxed{Q_f = -W - Q_c = 19{,}0\,\text{MJ}}$$

▶ Mettre en œuvre la définition de l'efficacité

4. On note respectivement $W_{\text{réel}}$ et W_{rev} le travail consommé sur un cycle par la machine réelle et la machine réversible. D'après l'énoncé $W_{\text{réel}} = 5W_{\text{rev}}$ pour un même transfert thermique Q_c donc :

$$e_{\text{réel}} = -\frac{Q_c}{W_{\text{réel}}} = -\frac{Q_c}{5W_{\text{rev}}} = \frac{e_{\text{rev}}}{5} \iff \boxed{e_{\text{réel}} = 3{,}9}$$

▶ Mettre en œuvre le second principe

5. On applique le second principe à la machine réelle :

$$\Delta S = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c \iff S_c = -\frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_f}{T_f}$$

avec $Q_f = -W_{\text{réel}} - Q_c = 14{,}9\,\text{MJ}$. On effectue l'application numérique : $\boxed{S_c = 14{,}9\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}}$.

Application 1 : TD : exercice 1.

2 Cycle d'une machine thermique : cas d'un gaz parfait

Situation : Le cycle de Carnot modélise le comportement d'un moteur thermique idéal. Il est constitué de deux adiabatiques réversibles et deux isothermes alternées. Au cours des transformations isothermes le gaz est en contact thermique avec des thermostats de températures respectives T_c et $T_f < T_c$. Il est parcouru dans le sens moteur par n moles de gaz parfait de coefficient $\gamma = C_p/C_v$.

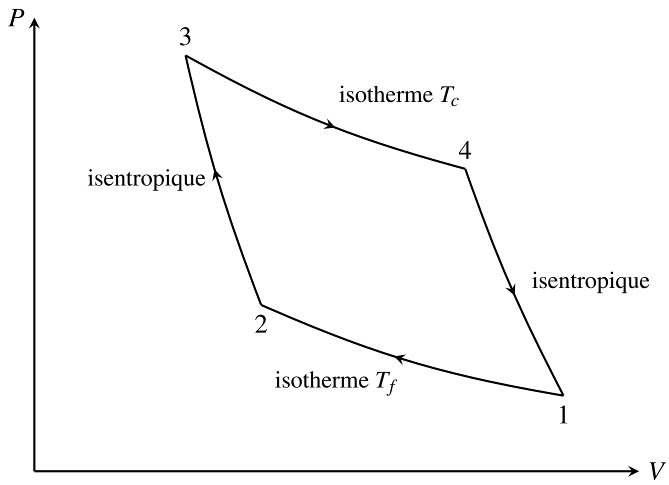
1. Tracer l'allure du cycle sur un diagramme de Watt.

2. Déterminer le travail fourni par la machine sur un cycle en fonction de n, R, T_f, T_c et du rapport $x = V_1/V_2$.

3. Définir et exprimer le rendement du cycle en fonction de T_f et T_c. Commenter.

► Représenter un cycle sur un diagramme d'état

1. Sur un diagramme de Watt les transformations adiabatiques réversibles ont une allure similaire aux transformations isothermes, mais elles ont une pente plus forte. On trace l'allure du cycle dans le sens **horaire** puisqu'il est moteur. On annote le cycle pour pouvoir faire référence plus facilement aux différentes transformations dans les calculs qui vont suivre.



► Mettre en œuvre le premier principe

On applique le premier principe au gaz parfait sur un cycle entier :

$$\Delta U = 0 = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} \iff W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}}$$

Pour calculer le travail (des forces de pression) sur un cycle il y a deux manières de faire :

- calculer le travail sur chaque transformation et faire la somme ;
- calculer le transfert thermique sur chaque transformation pour obtenir Q_{cycle} puis changer de signe pour déterminer W_{cycle}.

Selon les cycles étudiés l'une ou au l'autre de ces méthodes pourra être préférable en termes de temps de calcul. En l'occurrence :

- ce cycle contient deux transformations adiabatiques ($Q_{23} = Q_{41} = 0$) donc il n'y a que deux transformations à étudier pour obtenir Q_{cycle} ;
- ce cycle ne contient pas de transformation isochore donc il y a quatre transformations à étudier pour obtenir W_{cycle}.

Dans le cas présent on va d'abord calculer Q_{cycle}. On commence par l'isotherme $T = T_f$; d'après le premier principe appliqué au gaz parfait sur cette transformation :

$$\Delta U_{12} = 0 = W_{12} + Q_{12} \iff Q_{12} = -W_{12} = nRT_f \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Le principe est le même pour l'isotherme $T = T_c$:

$$Q_{34} = -W_{34} = nRT_c \ln \frac{V_4}{V_3}$$

On en déduit Q_{cycle} puis W_{cycle} :

$$W_{\text{cycle}} = -Q_{\text{cycle}} = -nRT_f \ln\frac{V_2}{V_1} - nRT_c \ln\frac{V_4}{V_3}$$

On n'est pas encore arrivé au résultat, il reste à faire le lien entre V_4/V_3 et x.

► Mettre en œuvre les lois de Laplace

Les transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ sont adiabatiques réversibles et le système est un gaz parfait donc les conditions sont réunies pour appliquer une loi de Laplace :

$$\begin{cases} T_f V_2^{\gamma-1} = T_c V_3^{\gamma-1} & (1) \\ T_f V_1^{\gamma-1} = T_c V_4^{\gamma-1} & (2) \end{cases}$$

En écrivant $(2)/(1)$ on trouve :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} \iff \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} = x$$

Il est maintenant temps de conclure :

$$W_{\text{cycle}} = -nRT_f \ln\frac{1}{x} - nRT_c \ln x \iff \boxed{W_{\text{cycle}} = -nR(T_c - T_f)\ln x}$$

► Définir et calculer le rendement d'un cycle

L'énoncé ne détaille pas le fonctionnement global de la machine mais il laisse suffisamment d'indices pour le comprendre. Il s'agit d'un moteur thermique (sens moteur, $W_{\text{cycle}} < 0$), la source froide est le thermostat de température T_f et la source chaude celui de température T_c. L'énergie "dépensée" dans ce cycle est le transfert thermique Q_c reçu de la source chaude, qui s'identifie ici à Q_{34}. On définit donc le rendement du cycle par :

$$\eta = -\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{34}}$$

On a vu plus haut que :

$$Q_{34} = nRT_c \ln\frac{V_4}{V_3} = nRT_c \ln x$$

On conclut que :

$$\eta = \frac{nR(T_c - T_f)\ln x}{nRT_c \ln x} = \frac{T_c - T_f}{T_c} \iff \boxed{\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

Le rendement obtenu est égal au rendement de Carnot, c'est-à-dire le rendement maximal possible avec des sources de températures T_f et T_c (on n'est pas très étonné vu le nom du cycle !). On pouvait s'attendre à ce résultat pour une autre raison : **toutes les transformations sont réversibles** (c'est dit explicitement pour $2 \to 3$ et $4 \to 1$ mais c'est également le cas pour les transformations isothermes d'un gaz parfait, voir ex 2 du TD 24 sur le second principe) donc le rendement est maximal.

À retenir : il arrive qu'un cycle moteur ne fasse pas explicitement référence à une source chaude (c'est le cas du cycle de Beau de Rochas par exemple, dans lequel le transfert thermique Q_c n'est pas issu d'une source chaude mais de l'explosion du mélange carburant). Si c'est le cas il faudra rechercher la transformation du cycle correspondant à un transfert thermique reçu positif et considérer qu'il s'agit de Q_c. Si jamais il y a plusieurs transformations pour lesquelles le transfert thermique reçu est positif il faudra les sommer pour obtenir Q_c.

Rq : la méthode vue dans cet exercice est similaire à ce qui a été vu en cours avec le cycle de Beau de Rochas. Vérifiez en guise d'entraînement que vous savez refaire seul l'étude du cycle de beau de Rochas, **très classique**.

Application 2 : TD : exercice 2.

3 Cycle d'une machine thermique : utilisation de tables thermodynamiques

Un exemple a été traité en cours (fonctionnement d'un climatiseur de voiture).

Application 3 : TD : exercice 5.